

Нелинейная математическая модель устройства отбора мощности от фазного провода линий электропередачи

ГЕВОРКЯН В.М., КАЗАНЦЕВ Ю.А.

Рассматривается актуальная задача энергетического обеспечения узлов и блоков автономного оборудования. Задача традиционно решается на основе отбора мощности от линий электропередачи, находящихся в доступной близости. Первичный преобразователь энергии сети обычно образует пояс Роговского (конструктивно – трансформатор тока), работающий на активную нагрузку до значений десятков Ом. При этом преобразователи работают в нелинейном режиме, что необходимо учитывать при разработке устройства отбора мощности и проектировании его параметров. В статье предлагается алгоритм и демонстрируется процесс проектирования первичного преобразователя устройства отбора мощности от фазного провода линии электропередачи на основе нелинейной математической модели первичного преобразователя.

Ключевые слова: автономное оборудование, энергетическое обеспечение, устройство отбора мощности, фазный провод ЛЭП, первичный преобразователь, нелинейная математическая модель

Устройства отбора мощности от фазного провода линий электропередачи актуальны при создании различных автономных автоматических систем, к числу которых относятся различные датчики приборов удаленного наблюдения за состоянием объектов, в том числе датчики автономно функционирующих воздушных беспилотных объектов. Проблема создания устройств отбора мощности от тока фазного провода заключается в особенностях первичного преобразователя – трансформатора тока, нагруженного на большое сопротивление. Решению задачи создания эффективных первичных преобразователей в последнее время посвящено много работ.

В [1–5] рассматриваются принципы действия и модели устройств отбора мощности от фазного провода, выполненных на основе трансформаторов тока, работающих в линейном режиме. Это ограничение не позволяет учесть особенности и повысить КПД преобразования. В настоящей работе проведен расширенный анализ характеристик первичных преобразователей на основе тороидальных ферромагнитных сердечников с вторичной обмоткой, расположенных соосно на фазном проводе с током (рис. 1). На рис. 1 введены обозначения: $i_1(t) = I_{1m} \sin \omega t$ – ток фазного провода; $u_2(t) = i_2(t) R_2$ – напряжение на зажимах вторичной обмотки; R_2 – сопротивление нагрузки вторичной обмотки; S_M – поперечное сечение магнитопровода.

Анализ проведен при допущениях отсутствия тепловых потерь в магнитопроводе и в проводе вторичной обмотки, однородности распределения индукции B и напряженности поля H по сечению

S_M магнитопровода и отсутствия полей рассеяния в окружающем пространстве.

Основная часть. Исходя из принятых допущений значения напряженности магнитных полей, создаваемых токами $i_1(t)$ и $i_2(t)$, равны:

$$H_1(t) = \frac{i_1(t)}{2\pi r_{cp}} = \frac{i_1(t)}{l_{cp}}; \quad H_2(t) = \frac{W_2 i_2(t)}{l_{cp}},$$

где $l_{cp} = 2\pi r_{cp}$ – длина средней линии магнитопровода; W_2 – число витков вторичной обмотки;

$$r_{cp} = \frac{r_2 - r_1}{\ln(r_2 / r_1)} \approx \frac{r_2 + r_1}{2}.$$

Напряженность суммарного магнитного поля в магнитопроводе

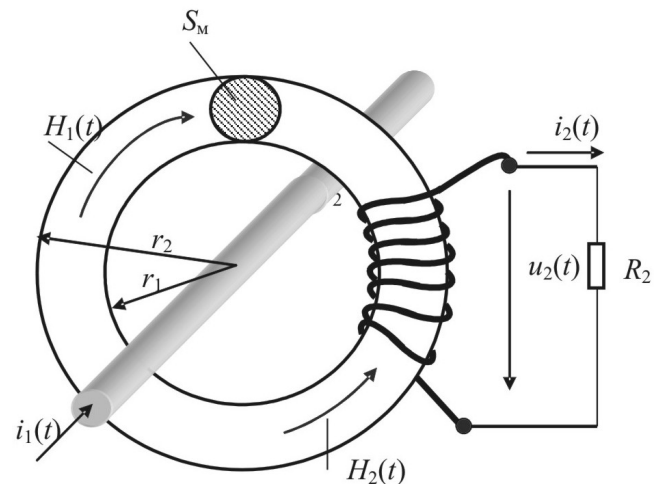


Рис. 1. Модель устройства отбора мощности от фазного провода

$$H(t) = H_1(t) - H_2(t) = \frac{i_1(t)}{l_{cp}} - \frac{W_2 i_2(t)}{l_{cp}} = \frac{i_1(t)}{l_{cp}} - \frac{W_2 u_2(t)}{l_{cp} R_2}. \quad (1)$$

Тогда для указанного на рис. 1 направления токов [6]:

$$u_2(t) = W_2 \frac{d\Phi}{dt} = W_2 \frac{d}{dt} \int_{S_M} \mathbf{B} d\mathbf{S} = W_2 S_M \frac{dB}{dt}, \quad (2)$$

где Φ и B – магнитный поток и индукция магнитного поля в магнитопроводе.

Уравнения (1) и (2) связывает зависимость $B(H)$ – кривая намагничивания, в общем случае нелинейная и зависящая от материала магнитопровода. Для аппроксимации кривой намагничивания ферромагнитных материалов применяются различные методы [7]. Одна из простейших зависимостей для основной безгистерезисной кривой намагничивания сталей имеет вид:

$$B(H) = a \arctg(bH) + cH, \quad (3)$$

где a , b , c – коэффициенты аппроксимации. Ниже приведены экспериментальные значения для основной кривой намагничивания электротехнической стали типа 2312 и значения индукции, рассчитанные по (3) при $a = 0,984$ Тл; $b = 7,273 \cdot 10^{-3}$ м/А; $c = 1,935 \cdot 10^{-5}$ Тл·м/А:

H , А/м	0	68	76	86	140	190	240	300	400	550	1000	1600	3400	7700
$B_{\text{эксп}}$, Тл	0	0,4	0,5	0,6	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
$B_{\text{расч}}$, Тл	0	0,452	0,497	0,550	0,782	0,930	1,034	1,129	1,228	1,315	1,431	1,492	1,572	1,677

Кривая $B(H)$, рассчитанная по (3), приведена на рис. 2. Для пермаллоя достаточно точной аппроксимацией кривой намагничивания является зависимость

$$B(H) = a \arctg(bH). \quad (4)$$

Приведенная на рис. 2 зависимость $B(H)$ для пермаллоя типа 50Н рассчитана при $a = 0,955$ Тл и $b = 0,0273 \cdot 10^{-3}$ м/А.

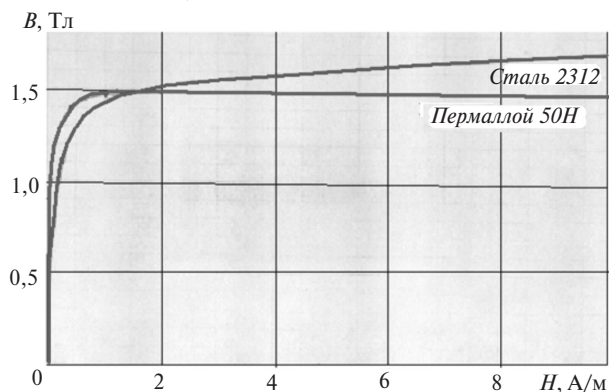


Рис. 2. Расчетные кривые намагничивания

При аппроксимации (3) с учетом (1) соотношение (2) примет вид:

$$u_2(t) = W_2 S_M a \frac{d}{dt} \left\{ \arctg \left[\frac{b}{l_{cp}} \left(i_1 - W_2 \frac{u_2}{R_2} \right) \right] + \frac{c}{a l_{cp}} \left(i_1 - W_2 \frac{u_2}{R_2} \right) \right\}, \quad (5)$$

а при аппроксимации (4) с учетом (1)

$$u_2(t) = W_2 S_M \frac{d}{dt} [a \arctg(bH)] = W_2 S_M a \frac{d}{dt} \left[\arctg b \left(\frac{i_1(t)}{l_{cp}} - \frac{W_2 u_2(t)}{l_{cp} R_2} \right) \right] \quad (6)$$

или

$$u_2(t) = \frac{W_2 S_M a b}{1 + (bH)^2} \frac{dH}{dt} = \frac{(W_2)^2 S_M a b}{l_{cp} R_2 [1 + (bH)^2]} \left[\frac{\omega R_2 I_{1m} \cos \omega t}{W_2} - \frac{du_2}{dt} \right]. \quad (7)$$

С учетом (1) из (7) получим дифференциальное уравнение для $u_2(t)$:

$$\frac{du_2(t)}{dt} = \left(-\frac{b^2 W_2^2}{l_{cp}^2 R_2 L_2} \right) u_2^3 + \left(\frac{2b^2 W_2^2}{l_{cp}^2 L_2} I_{1m} \sin \omega t \right) u_2^2 + \frac{R_2}{L_2} \left(-1 - \frac{b^2}{l_{cp}^2} I_{1m}^2 \sin^2 \omega t \right) u_2 + \frac{\omega R_2}{W_2} I_{1m} \cos \omega t. \quad (8)$$

Уравнение $\frac{du_2(t)}{dt} = f_3(t)u_2^3 + f_2(t)u_2^2 + f_1(t)u_2 + f_0$

известно как уравнение Абея первого рода [8] и для функций $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$, определенных соотношением (8), не имеет аналитического решения. Однако, поскольку нас интересует установившийся режим, в котором $u_2(t)$ будет периодической функцией, решение можно искать в виде ряда Фурье:

$$u_{2cp}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_{sn} \sin(n\omega t) + A_{cn} \cos(n\omega t)].$$

В этом случае уравнение (8) может быть сведено к системе алгебраических уравнений для коэффициентов A_{sn} и A_{cn} .

Уравнение (8) также может быть решено численно, например с помощью пакета Mathcad, а уравнение (5) или (6) — с помощью моделирования в системе проектирования DesignLab 8.0 [9].

Частные случаи. Рассмотрим некоторые из них в установившемся режиме.

1. Режим короткого замыкания вторичной обмотки, т.е. $R_2 = 0$. Из (7) при замене $u_2(t) = R_2 i_2$ и $R_2 \rightarrow 0$ получим

$$i_{2к}(t) = \frac{1}{W_2} I_{1m} \sin \omega t = \frac{i_1(t)}{W_2}, \quad (9)$$

что соответствует соотношению для идеального трансформатора тока.

2. Режим холостого хода вторичной обмотки, т.е. $R_2 \rightarrow \infty$. Из (7) получим

$$i_{2х}(t) = \frac{\omega M I_{1m} \cos \omega t}{1 + \left(\frac{b I_{1m}}{l_{ср}}\right)^2 \sin^2 \omega t}, \quad (10)$$

где $M = \frac{W_2 S_M ab}{l_{ср}}$.

3. Режим линейного намагничивания, что справедливо при $(bH) < 1$. При этом для (3)

$$B(H) = a \arctg(bH) + cH \approx abH + cH \approx (ab+c)H = \mu_0 \mu_r H,$$

а для (4)

$$B(H) = a \arctg(bH) \approx abH = \mu_0 \mu_r H,$$

где $\mu_0 \mu_r$ — абсолютная магнитная проницаемость материала магнитопровода в линейном режиме. В этом случае (7) примет вид

$$\frac{du_2(t)}{dt} + \frac{R_2}{L_2} u_2 = \frac{\omega R_2}{W_2} I_{1m} \cos \omega t. \quad (11)$$

Уравнению (11) соответствует эквивалентная линейная схема замещения на рис. 3. В схеме

$$i_1(t) = I_{1m} \sin \omega t;$$

$$L_2 = \frac{W_2^2 S_M \mu_0 \mu_r}{l_{ср}};$$

$$M = \frac{W_2 S_M \mu_0 \mu_r}{l_{ср}}.$$

Решение (11) в установившемся режиме:

$$u_2(t) = \frac{\omega M}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L_2}{R_2}\right)^2}} I_{1m} \sin \left[\omega t + \arctg \left(\frac{R_2}{\omega L_2} \right) \right] =$$

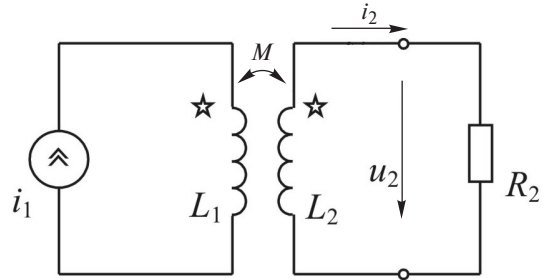


Рис. 3. Эквивалентная схема в режиме линейного намагничивания

$$= U_{1m} \sin \left[\omega t + \arctg \left(\frac{R_2}{\omega L_2} \right) \right]. \quad (12)$$

Мощность

$$P_2 = \left(\frac{U_{2m}}{\sqrt{2}} \right)^2 \frac{1}{R_2} = \left(\frac{\omega M I_{1m}}{\sqrt{2}} \right)^2 \left(\frac{R_2}{R_2^2 + (\omega L_2)^2} \right),$$

выделяемая в нагрузке R_2 , максимальна при $R_2 = \omega L_2$, тогда

$$P_{2\max} = \left(\frac{I_{1m}}{2} \right)^2 \frac{\omega S_M \mu_0 \mu_r}{l_{ср}}. \quad (13)$$

Из (13) следует, что в линейном режиме максимальная мощность в нагрузке не зависит от числа витков вторичной обмотки, а определяется геометрией и материалом магнитопровода. При $R_2 = \omega L_2$

$$u_2(t) = \frac{\omega M I_{1m}}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + 45^\circ). \quad (14)$$

Именно при минимальных токах I_{1m} , т.е. в линейном или близком к нему режимах, актуально обеспечить максимальную мощность в нагрузке.

Математическая модель. Численное моделирование уравнения (5) для материала из стали 2312, кривая намагничивания которого аппроксимирована соотношением (3), и уравнения (6) для пермаллоя 50Н, кривая намагничивания которого аппроксимирована соотношением (4), проводилось в среде DesignLab 8.0. При моделировании ставилась задача обеспечения при заданном диапазоне изменения входного тока $200 \text{ A} \leq I_{1m} \leq 2000 \text{ A}$ промышленной частоты и заданной нагрузке R_2 выбранного диапазона ($\pm \Delta U_0$) изменения среднего значения модуля выходного напряжения

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T |u_2(t)| dt.$$

Для этого составлялись номограммы, которые позволили выбрать геометрические размеры S_M и $l_{ср}$ магнитопровода и число витков W_2 , необходимые для решения поставленной задачи построения источника питания.

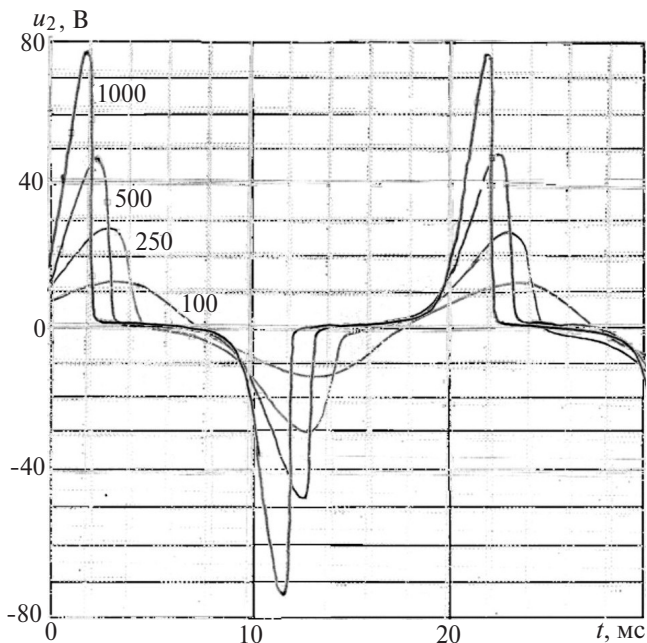


Рис. 4. Расчетные временные зависимости $u_2(t)$ в установившемся режиме от амплитуд входного тока I_{1m} для магнитопровода из стали 2312 при числе витков обмотки, равном 100, и сопротивлении нагрузки, равном 16 Ом

К примеру, для стального и пермаллового магнитопроводов были получены следующие размеры: $S_M = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; $l_{cp} = 2\pi r_{cp} = 0,1\pi = 0,31416 \text{ м}$; число витков вторичной обмотки $W_2 = 100$.

На рис. 4 и 5 для магнитопровода из стали 2312 приведены соответственно временные зависимости $u_{2уст}(t)$ и зависимости выходного напряжения U_0 и выходной мощности $P_0 = U_0^2 / R_2$ от амплитуды входного тока I_{1m} . Кривые соответствуют $R_2 = 16 \text{ Ом}$. Такой выбор магнитопровода и числа витков W_2 обеспечивает в заданном диапазоне изменений I_{1m} значения $U_0 \pm \Delta U_0 = 12 \pm 2 \text{ В}$ и $P_0 \geq 7 \text{ Вт}$.

$U_0, \text{ В } P_0, \text{ Вт}$

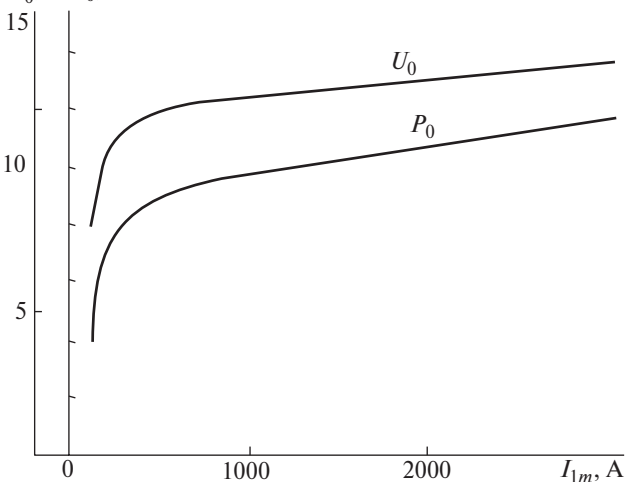


Рис. 5. Зависимость выходного напряжения U_0 и выходной мощности P_0 от значения амплитуды входного тока I_{1m} для магнитопровода из стали 2312

На рис. 6 и 7 для магнитопровода из пермаллоя 50Н приведены аналогичные зависимости при $R_2 = 15 \text{ Ом}$. Такой выбор магнитопровода и числа витков W_2 обеспечивает в заданном диапазоне изменения значения I_{1m} $U_0 \pm \Delta U_0 = 12 \pm 1 \text{ В}$ и $P_0 \geq 9 \text{ Вт}$.

Помимо приведенных характеристик была сделана оценка потерь в системе, которая показала, что для сердечников выбранных размеров тепловые потери на перемагничивание в анализируемых режимах ($B_{max} \approx 1,5 \text{ Тл}$) не превосходят значений единиц ватт, а тепловые потери в проводе вторичной обмотки на порядок меньше мощности, рассеиваемой в полезной нагрузке (R_2). Эти результаты подтверждают возможность пренебрежения потерями при расчете характеристик источника отбора мощности.

Вывод. Представленный алгоритм расчета параметров устройства отбора мощности от фазного провода линий электропередачи имеет важное практическое значение при создании источников

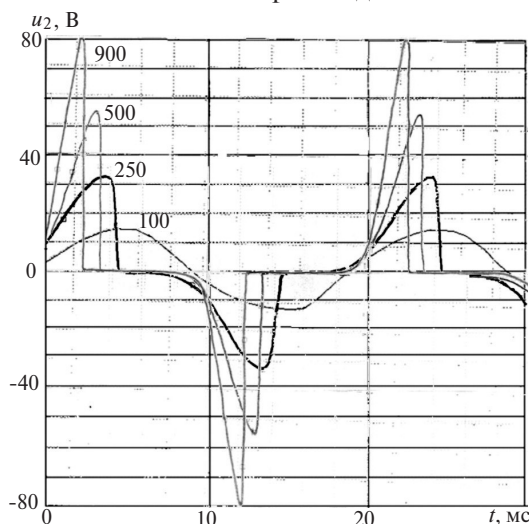


Рис. 6. Расчетные временные зависимости $u_2(t)$ в установившемся режиме от значений амплитуды входного тока I_{1m} для магнитопровода из пермаллоя 50Н при числе витков обмотки, равном 100, и сопротивлении нагрузки 15 Ом

$U_0, \text{ В } P_0, \text{ Вт}$

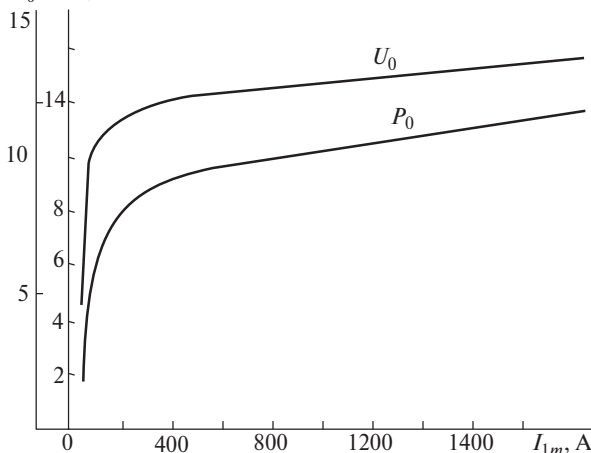


Рис. 7. Зависимость выходного напряжения U_0 и выходной мощности P_0 от значения амплитуды входного тока I_{1m} для магнитопровода из пермаллоя 50Н

питания автономных устройств мониторинга режимов линий передачи, беспилотных аппаратов автономных систем наблюдения, так как позволяет дать априорную оценку ожидаемых характеристик и сократить процесс разработки и создания устройства питания. Это особенно актуально в практике применения источников питания в отдаленных районах, характеризующихся малым энергопотреблением и, соответственно, малым значением силы тока в фазных проводах, что затрудняет зарядку аккумуляторных батарей с помощью рассмотренных первичных преобразователей.

Важно заметить, что требуемые источники питания можно реализовать как с применением стальных, так и пермалловых сердечников. При этом с точки зрения параметров блока питания предпочтительнее сердечник из пермаллоя, хотя стальной магнитопровод обладает большей температурной устойчивостью, что важно при создании необслуживаемых автономных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пат. РФ № 2326479. Преобразователь электроэнергии/Ю.М. Силаев. — БИ, 2008, № 16.
2. Пат. РФ № 2379742. Вторичный источник бесперебойного питания/ В.М. Геворкян, И.А. Яшин. — БИ, 2010, № 2.

Electrichestvo, 2019, No. 10, pp. 29–33

DOI:10.24160/0013-5380-2019-10-29-33

Nonlinear Mathematical Model of the Power Take-off Device From the Phase Wire of Power Lines

GEVORKYAN Vladimir M. (*National Research University «Moscow Power Engineering Institute» — NRU «MPEI», Moscow, Russia*) — *Professor, Cand. Sci. (Eng.)*

KAZANTSEV Yuriy A. (*NRU «MPEI», Moscow, Russia*) — *Professor, Cand. Sci. (Eng.)*

One of the urgent tasks in the creation of Autonomous equipment is the energy supply of its components and blocks. The problem is traditionally solved on the basis of power selection from power lines that are in an accessible proximity. The primary energy Converter of the network usually forms a Rogovsky belt (structurally — a current transformer) loaded on an active load up to a dozen Ohms. In this case, the converters operate in a nonlinear mode, which must be taken into account when developing a power take-off device and designing its parameters. The article proposes an algorithm and demonstrates the process of designing the primary Converter of the power take-off device from the phase wire of the transmission line on the basis of a nonlinear mathematical model of the primary Converter.

Key words: *power lines, power take-off devices, nonlinear mathematical model, design algorithm*

REFERENCES

1. Pat. RF № 2326479. *Prebrasovatel' elektroenergii* (Power Converter)/ Yu.M. Silaev. *Bulletin of inventions*, 2008, No. 16.
2. Pat. RF № 2379742. *Vtorichnyi istochnik bospereboynogo pitaniya* (Secondary source of uninterrupted power supply)/V.M. Gevorgyan., I.A. Yashin. *Bulletin of inventions*, 2010, No. 2.
3. Pat. RF No. 2483409. *Vtorichnyi istochnik pitaniya s otborom moshchnosti ot faznogo provoda linii elektropredachi vysokogo napryazheniya promyshlennoi chastoty* (Secondary power source with the output from the phase wires of electricity transmission lines high voltage of industrial frequency)/V.M. Gevorgyan, Y.A. Kazantsev, L.A. Kopylova, I.A. Yashin. *Bulletin of inventions*, 2013, No. 15.
4. Glazyrina A.Ye., Levin D.S., Petrenko S.A. *Vestnik nauki Sibiri. Seriya inzhenernye nauki — in Russ. (Scientific Bulletin of Siberia. Engineering science series (spec. iss. (15)*, 2015, pp. 21–25.

3. Пат. РФ № 2483409. Вторичный источник питания с отбором мощности от фазного провода линий электропередачи высокого напряжения промышленной частоты/ В.М. Геворкян, Ю.А.Казанцев, Л.А. Копылова, И.А. Яшин. — БИ, 2013, № 15.

4. Глазырина А.Е., Левин Д.С., Петренко С.А. Математическая модель трансформатора тока источника отбора мощности. — *Вестник науки Сибири. Серия инженерные науки (специальный выпуск (15))*, 2015, с. 21–25.

5. Новожилов Т.А., Новожилов А.Н., Юсупова А.О., Асаинов Г.Ж. Автономные источники питания для нужд релейной защиты. — *Омский научный вестник*, 2018, № 2 (158), с. 84–87.

6. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: Учебник для вузов. СПб: Питер, 2004, 576 с.

7. Матюк В.Ф., Осипов А.А. Математическое моделирование кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. — *Не разрушающий контроль и диагностика*, 2011, № 2, с. 3–35.

8. Камке Э. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. М.: Наука, 1965, 703 с.

9. Разевиг В.Д. Система сквозного проектирования электронных устройств. *DesignLab 8.0*. М.: Солон, 1999.

[22.05.2019]

А в т о р ы : Геворкян Владимир Мушегович — кандидат техн. наук, профессор Национального исследовательского университета «Московский энергетический институт» — НИУ «МЭИ», диссертацию защитил в 1979 г.

Казанцев Юрий Алексеевич — кандидат техн. наук, профессор НИУ «МЭИ», диссертацию защитил в 1976 г.

[22.05.2019]