

## Расчёт индуктивности однослойного и двухслойного соленоида с учётом особенностей практического применения

ЦИЦИКЯН Г.Н., АНТИПОВ М.Ю.

Относительно недавно для расчета индуктивностей тонкослойных катушек были предложены сравнительно простые выражения, позволяющие существенно упростить задачу при получении численных оценок. Вместе с тем в ряде случаев с учетом общепринятой идеализации могут быть приведены и строгие выражения для расчета индуктивностей, по которым в том числе можно установить допустимый диапазон изменения геометрических размеров при использовании упрощенных зависимостей. Приводится строгое выражение и некоторые его видоизменения для индуктивности соленоида диаметром  $d$  и длиной  $l$ , а также выводится строгое выражение для определения сжимающих сил. Рассмотрены некоторые аспекты практического применения в связи с тем, что тонкослойные катушки являются основным элементом нагрузочных устройств, предназначенных для испытаний генераторных агрегатов автономных электростанций.

К л ю ч е в ы е с л о в а : соленоид, расчет индуктивности, точное выражение, электродинамические силы, нагрузочные устройства

Индуктивность соленоида длиной  $l$  и диаметром  $d$  с учётом ряда оговорок может быть рассчитана по выражению [1]:

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} w^2 d \Phi, \tag{1}$$

где

$$\Phi = \frac{4\pi}{3} \left[ \sqrt{\alpha^2 + 1} \left( K + \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} E \right) - \frac{1}{\alpha^2} \right]; \tag{2}$$

$$\alpha = \frac{l}{d}; \quad k^2 = \frac{1}{\left(\frac{l}{d}\right)^2 + 1}; \quad \alpha^2 = \left(\frac{l}{d}\right)^2 = \frac{1 - k^2}{k^2}; \tag{2a}$$

$K$  и  $E$  – полные эллиптические интегралы первого и второго рода с модулем  $k$ . В [1] выражение (2) классифицируется как точное. Вынося за квадратную скобку  $\alpha^{-2}$  в (2), можно записать:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{4\pi}{3} \frac{d^2}{l^2} \left[ -1 + \alpha^2 \sqrt{\alpha^2 + 1} \left( K + \frac{1 - \alpha^2}{\alpha^2} E \right) \right] = \\ &= \frac{4\pi}{3} \frac{d^2}{l^2} \left[ -1 + k^{-1} \frac{1 - k^2}{k^2} K + k^{-1} \frac{2k^2 - 1}{k^2} E \right] = \\ &= \frac{4\pi}{3} \frac{d^2}{l^2} [-1 + k^{-3}(1 - k^2)K + k^{-3}(2k^2 - 1)E]. \tag{3} \end{aligned}$$

С учетом (3) и (2a) выражение (1) трансформируется к виду:

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 w^2 d d^2}{3 l^2} [-1 + k^{-3}(1 - k^2)K + k^{-3}(2k^2 - 1)E] = \\ &= \mu_0 \frac{8R^3}{3\epsilon^2} [-1 + k^{-3}(1 - k^2)K + k^{-3}(2k^2 - 1)E], \tag{4} \end{aligned}$$

где  $R = d/2$ ;  $\epsilon = l/w$ .

В [2] отмечено, что авторство записанного выражения принадлежит Лоренцу.

Упрощённое выражение для индуктивности соленоида в [3] записано в виде:

$$L = \frac{\mu_0 w^2 \pi R^2}{l + 0,9R}. \tag{5}$$

Другие формулы приведены в [4].

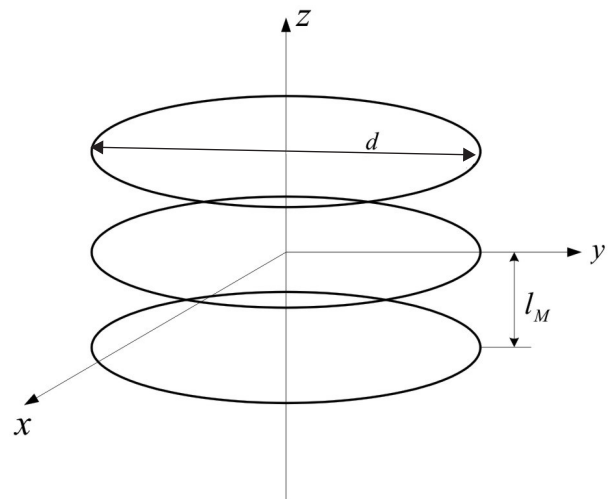


Рис. 1. Набор из параллельных витков к выражению (7)

Подставляя вместо  $d/2$  вместо радиуса  $R$ , получаем два видоизменения выражения (5), авторство которых принадлежит Wheeler [5, 6]:

$$L = \frac{\mu_0 \pi w^2 d}{4(\alpha + 0,45)} = \frac{\mu_0 \pi w^2 d^2 / l}{4(1 + 0,45d/l)}. \quad (6)$$

Кроме того, в [5] для конфигурации из набора параллельных витков (см. рис. 1) приводится со ссылкой на [6] ещё одно аппроксимирующее выражение:

$$L = \frac{\mu_0 \pi w^2 d^2}{4\sqrt{d^2 + (w-1)^2} l_M^2}. \quad (7)$$

Полагая  $(w-1)^2 l_M^2 \approx l^2$ , где  $l$  — длина в направлении оси  $z$ , выражение (7) можно записать в виде:

$$L \approx \frac{\mu_0 \pi w^2 d^2}{4\sqrt{d^2 + l^2}} = \frac{\mu_0 \pi w^2 d^2 / l}{4\sqrt{1 + d^2 / l^2}}. \quad (7a)$$

Выражения (6) и (7a) отличаются только знаменателями  $(1+0,45\frac{d}{l})$  в (6) и  $\sqrt{1+d^2/l^2}$  в (7a).

Так, при  $d/l=0,2$  имеем соответственно 1,09 и 1,02, при  $d/l=0,5$  — 1,225 и 1,118, при  $d/l=1,0$  — 1,45 и  $\sqrt{2}=1,414$ , а при  $d/l=2,0$  — 1,9 против 2,236.

Окончательно выбор аппроксимирующих выражений может быть сделан на основе сопоставления с численными выражениями, получаемыми из точного выражения (4) для соленоида с плотной намоткой. Достаточно сопоставить  $\frac{\pi}{4(1+0,45\frac{d}{l})}$  в со-

ответствии с (6) с численными значениями в соответствии с (4):

$$\frac{d/l}{3} \left[ -1 + \frac{1-k^2}{k^3} K + \frac{2k^2-1}{k^3} E \right]. \quad (8)$$

Целесообразно задавать  $k^2$  для удобства использования табличных значений эллиптических интегралов без применения интерполяций, а  $d/l$

определять через  $k^2$  в виде  $\frac{d}{l} = \sqrt{\frac{k^2}{1-k^2}}$ . Зададимся

тремя значениями  $k^2$ : 0,2; 0,5; 0,8, тогда  $d/l=0,5$ ; 1,0; 2,0 соответственно. Для (8) при  $d/l=0,5$  получаем [7]:

$$\frac{0,5}{3} \left[ -1 + \frac{1-0,2}{0,2^{3/2}} K(0,2) + \frac{2 \cdot 0,2-1}{0,2^{3/2}} E(0,2) \right] = 0,6426$$

против 0,6411 в соответствии с (6).

Для  $d/l=1,0$

$$\frac{1}{3} \left[ -1 + \frac{1-0,5}{0,5^{3/2}} K(0,5) + \frac{2 \cdot 0,5-1}{0,5^{3/2}} E(0,5) \right] = \\ = \frac{1}{3} \left[ -1 + \frac{1,8541}{0,5^{3/2}} \right] = 0,5407$$

против 0,5417.

Для  $d/l=1,0$  и  $k^2=0,8$

$$\frac{2}{3} \left[ -1 + \frac{1-0,8}{0,8^{3/2}} K(0,8) + \frac{2 \cdot 0,8-1}{0,8^{3/2}} E(0,8) \right] = 0,4749$$

против 0,4134, и разница становится заметнее. Это означает, что для коротких соленоидов  $d/l \geq 0,5$  и  $k^2 \geq 0,2$  следует использовать точное выражение (4). При  $k^2 \leq 0,2$ ,  $d/l \leq 0,5$  можно воспользоваться

следующими приближениями для эллиптических интегралов:  $K(k^2) = \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{1}{4} k^2 \right)$ ;  $E(k^2) = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{4} k^2 \right)$

[7], тогда (4) существенно упрощается:

$$L = \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left( \frac{d}{l} \right)^2 \left[ -1 + \frac{1-k^2}{k^3} \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{k^2}{4} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2k^2-1}{k^3} \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{k^2}{4} \right) \right] = \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left( \frac{d}{l} \right)^2 \times \\ \times \left[ -1 + \frac{\frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{k^2}{4} - k^2 - \frac{k^4}{4} \right) + \frac{\pi}{2} \left( 2k^2 - 1 - \frac{k^4}{2} + \frac{k^2}{4} \right)}{k^3} \right] = \\ = \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left( \frac{d}{l} \right)^2 \left[ -1 + \frac{\frac{\pi}{2} \left( \frac{3k^2}{4} - \frac{3k^4}{2} \right)}{k^3} \right] = \\ = \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left( \frac{d}{l} \right)^2 \left[ -1 + \frac{\pi}{2} \left( \frac{3}{2k} - \frac{3k}{2} \right) \right]. \quad (9)$$

При  $k < 0,1$  можно пренебречь  $(-1)$  и  $\frac{3k\pi}{4}$  по сравнению  $\frac{3\pi}{4k}$ , в результате

$$L \approx \frac{\mu_0 w^2 d}{3} \left( \frac{d}{l} \right)^2 \frac{3\pi}{4k} = \frac{\mu_0 \pi w^2 d}{4} \left( \frac{d}{l} \right)^2 \sqrt{\left( \frac{l}{d} \right)^2 + 1} =$$

$$= \frac{\mu_0 w^2 d d}{4 l} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{l}\right)^2}. \quad (9a)$$

Переходя к практической стороне рассматриваемого вопроса, следует сказать, что соленоиды — основной конструктивный элемент типовых нагрузочных устройств для испытаний агрегатов автономных электростанций, состоящих, как правило, из четырёх ступеней мощностью в 25% номинальной и небольшой перегрузочной ступени мощностью в 10%. При мощности 1000 кВт основная ступень нагрузочного устройства должна выступать в качестве потребителя активной мощности 250 кВт на протяжении достаточно большого отрезка времени при сохранении значения  $\cos\varphi$ , как правило, в диапазоне от 0,7 до 0,9. Соленоиды ступени в 250 кВт соединены в звезду без нулевого провода и должны быть рассчитаны на мощность в 83,33 кВт с применением принудительного охлаждения проточной водой. Для регулирования мощности ступени на соленоиды наматывают дополнительные витки, понижающие мощность соленоида до 56 кВт.

Номинальный ток соленоида мощностью 83,3 кВт при  $\cos\varphi=0,8$  и линейном напряжении 400 В будет равен 451А, при этом его активное сопротивление равно примерно 0,41 Ом, так как  $I^2 r=83,3$  кВт. Ток через соленоид мощностью 56 кВт составит 303 А, а его активное сопротивление будет равно 0,609 Ом.

Для  $\cos\varphi=0,8$  индуктивное сопротивление соленоида при активном сопротивлении  $r=0,41$  Ом должно быть равно  $\omega L = \sqrt{\frac{r^2}{\cos^2\varphi} - r^2} = \sqrt{\frac{0,36 \cdot 0,41^2}{0,64}} = 0,308$

Ом, а его индуктивность при частоте  $f=50$  Гц составит  $0,98 \cdot 10^{-3}$  Гн. У соленоида с активным сопротивлением  $r=0,609$  Ом индуктивность должна быть равной  $1,453 \cdot 10^{-3}$  Гн.

Двухслойный соленоид представляет собой конструкцию из прочного диэлектрического остова с пазами, на который наматываются витки внутреннего и внешнего слоев с диаметрами соответственно 0,28 и 0,32 м и шагом от 0,008 до 0,012 м.

Как правило, число пазов на внутреннем и наружном слоях диэлектрического остова берётся одинаковым, и выбирая его равным 50 при шаге намотки 0,008 м, получаем длину соленоида 0,392 м, как показано на рис. 2,а.

По (6) находим индуктивность внутреннего слоя с  $d_2=0,28$  м:

$$L_2 = \mu_0 \frac{\pi w^2 \frac{d_2^2}{l}}{4 \left(1 + 0,45 \frac{d_2}{l}\right)} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\pi 50^2 \frac{0,28^2}{0,392}}{4 \left(1 + 0,45 \frac{0,28}{0,392}\right)} \approx$$

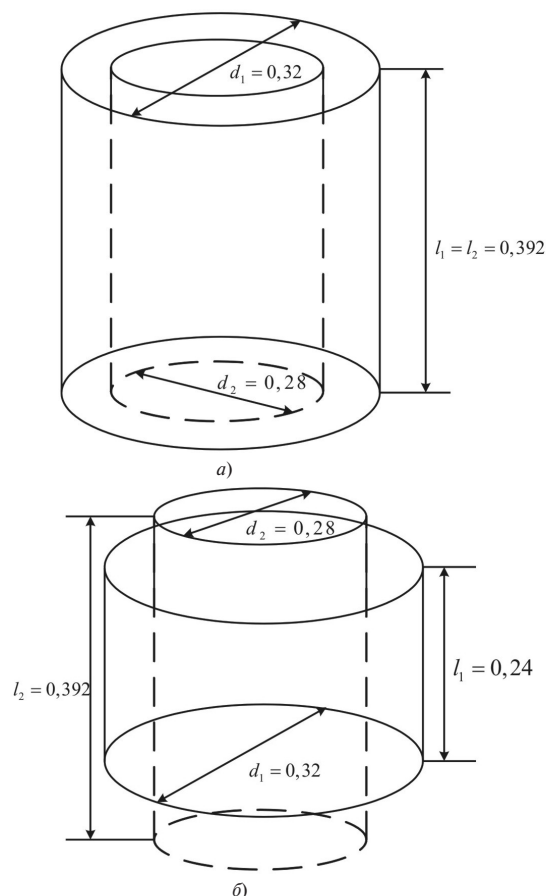


Рис. 2. Геометрические параметры внешнего и внутреннего слоев: а — соленоид 56 кВт; б — соленоид 83,33 кВт

$$\approx 0,373 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Аналогично определяем индуктивность внешнего слоя с  $d_1 \approx 0,32$  м:

$$L_1 \approx 0,471 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Общая индуктивность двухслойного соленоида равна

$$L = L_1 + L_2 + 2M, \quad (10)$$

где взаимная индуктивность  $M$  может быть определена по (7,2) – (7,6) из [1] как взаимная индуктивность концентрических соленоидов одинаковой длины:

$$M = \mu_0 \frac{w^2 \pi}{l^2} \frac{d_2^2 d_1}{8} \left( q_1 + \frac{\delta^2}{8} q_3 + \dots \right), \quad (11)$$

где  $q_1 = -1 + \frac{1}{\gamma}$ ;  $q_3 = 1 - \gamma^3$ ;  $\delta = \frac{d_2}{d_1}$ ;  $\gamma = \frac{d_1}{\sqrt{d_1^2 + 4l^2}}$ .

Подставляя  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $l=l_1=l_2$ , в соответствии с рис. 2 получаем  $M \approx 0,348 \cdot 10^{-2}$  Гн и  $L_{\text{сол}} = (0,373 + 0,471 + 2 \times 0,348) \cdot 10^{-3} \approx 1,54 \cdot 10^{-3}$  Гн. Таким образом, в конфигурации рис. 2,а при выбран-

ном числе витков в слое  $w=50$  с шагом намотки 0,008 м индуктивность соленоида не будет значительно отличаться от расчетной для ступени в 168 кВт.

Рассчитаем индуктивность при уменьшении числа витков на внешнем слое до 31 (рис. 2,б). С этой целью воспользуемся формулой для взаимной индуктивности соосных соленоидов разной длины (7–12) из [1], ограничиваясь первыми четырьмя членами ряда:

$$M \approx \frac{\pi}{8} \mu_0 w_1 w_2 \frac{d_1^2}{0,5\sqrt{d_2^2+l_1^2}} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{d_2^2(d_1^2+l_2^2)}{(d_2^2+l_1^2)} \times \right. \\ \left. \times \left[ \varepsilon_2 + \varepsilon_4 \eta_2 \frac{d_1^2+l_2^2}{d_2^2+l_1^2} + \varepsilon_6 \eta_4 \left( \frac{d_1^2+l_2^2}{d_2^2+l_1^2} \right)^2 + \varepsilon_8 \eta_6 \left( \frac{d_1^2+l_2^2}{d_2^2+l_1^2} \right)^4 + \dots \right] \right),$$

где  $l_1=0,008(w_1-1)$ ,  $l_2=0,008(w_2-1)$ ;  $w_1$  и  $w_2$  — число витков в первом и втором слоях;  $\varepsilon_2, \varepsilon_4, \varepsilon_6, \varepsilon_8, \eta_2, \eta_4, \eta_6$  — значения из таблицы (7–3) в [1], зависящие от  $\frac{d_1}{2\sqrt{d_1^2+l_1^2}}$  и  $\frac{d_2}{2\sqrt{d_2^2+l_1^2}}$ .

После подстановки табличных значений  $\varepsilon_2=0,4575$ ,  $\varepsilon_4=0,0014$ ,  $\varepsilon_6=-0,1725$ ,  $\varepsilon_8=-0,0996$ ,  $\eta_2=0,335$ ,  $\eta_4=-0,1144$ ,  $\eta_6=-0,1668$  получаем:

$$M \approx \pi^2 416,4859 \cdot 10^{-7} (1 - 0,556[0,4575 + 0,0009 + 0,1071 + 0,2302]) = 2292 \cdot 10^{-7} = 0,229 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Определив индуктивности наружного слоя, получим  $L_1=0,236 \cdot 10^{-3}$  Гн. В результате значение  $L_1$  будет снижено до  $0,236 \cdot 10^{-3}$  Гн, а  $2M$  — до  $0,458 \cdot 10^{-3}$  Гн, индуктивность  $L_2$  останется равной  $0,373 \cdot 10^{-3}$  Гн, что в сумме даёт значение  $1,067 \cdot 10^{-3}$  Гн и оказывается близким к требуемому значению для соленоида ступени 250 кВт. Следует также отметить, что обмотка соленоида может быть выполнена из составных частей разных материалов по удельному сопротивлению для выполнения условий по значению активного сопротивления.

В [8] была отмечена необходимость оценки сжимающих электродинамических сил для соленоидов с током при выборе их конструктивного исполнения на основании выражения

$$f_{сж} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L}{\partial l}, \quad (12)$$

где  $L$  — коэффициент самоиндукции;  $i$  — ток соленоида.

Подстановка первого из выражений (3) в (1) даёт

$$L = \frac{\mu_0}{3} w^2 d \left[ -\alpha^{-2} + (\alpha^2 + 1)^{1/2} K + \frac{(\alpha^2 + 1)^{1/2} (1 - \alpha^2)}{\alpha^2} E \right]. \quad (13)$$

Соответственно, сила

$$f_{сж} = \frac{\mu_0 i^2 w^2 d}{6} \frac{\partial}{\partial l} \times \left[ -\alpha^{-2} + (\alpha^2 + 1)^{1/2} K + \frac{(\alpha^2 + 1)^{1/2} (1 - \alpha^2)}{\alpha^2} E \right]. \quad (14)$$

При этом следует учесть, что

$$\frac{\partial L}{\partial l} = \frac{\partial L}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial l} = d^{-1} \frac{\partial L}{\partial \alpha},$$

тогда

$$f_{сж} = \frac{\mu_0 i^2 w^2 d}{6} \frac{\partial}{\partial \alpha} \times \left[ -\alpha^{-2} + (\alpha^2 + 1)^{1/2} K + \frac{(\alpha^2 + 1)^{1/2} (1 - \alpha^2)}{\alpha^2} E \right], \quad (15)$$

и для определения  $f_{сж}$  следует взять производную по  $\alpha$  от выражения в квадратных скобках, принимая во внимание, что  $\frac{\partial K}{\partial \alpha} = \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \alpha}$  и  $\frac{\partial E}{\partial \alpha} = \frac{\partial E}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \alpha}$ . В соответствии с (2а)  $\frac{\partial k}{\partial \alpha} = -\frac{\alpha}{(\alpha^2 + 1)^{3/2}}$ . Производная по  $\alpha$  от выражения в квадратных скобках (15) равна:

$$2\alpha^{-3} + (\alpha^2 + 1)^{1/2} \frac{\partial K}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \alpha} + \alpha(\alpha^2 + 1)^{-1/2} K + \frac{(\alpha^2 + 1)^{1/2} (1 - \alpha^2)}{\alpha^2} \frac{\partial E}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \alpha} - \frac{2 + \alpha^2 + \alpha^4}{\alpha^3 (\alpha^2 + 1)^{1/2}} E. \quad (16)$$

Подставив выражение для  $\frac{\partial k}{\partial \alpha}$ , приведём (16) к виду:

$$2\alpha^{-3} - \frac{\alpha}{(\alpha^2 + 1)} \frac{\partial K}{\partial k} + \alpha(\alpha^2 + 1)^{-1/2} K - \frac{(1 - \alpha^2)}{\alpha(\alpha^2 + 1)} \frac{\partial E}{\partial k} - \frac{2 + \alpha^2 + \alpha^4}{\alpha^3 (\alpha^2 + 1)^{1/2}} E. \quad (17)$$

В соответствии с [8]  $\frac{\partial K}{\partial k} = \frac{E}{k(1-k^2)} - \frac{K}{k}$ ;

$$\frac{\partial E}{\partial k} = \frac{E-K}{k}.$$

После подстановки значений  $\frac{\partial K}{\partial k}$  и  $\frac{\partial E}{\partial k}$  в (17) имеем:

$$2\alpha^{-3} - \frac{\alpha}{(\alpha^2+1)} \left( \frac{E}{k(1-k^2)} - \frac{K}{k} \right) + \frac{\alpha}{(\alpha^2+1)^{1/2}} K -$$

$$- \frac{1-\alpha^2}{\alpha(\alpha^2+1)} \left( \frac{E}{k} - \frac{K}{k} \right) - \frac{2+\alpha^2+\alpha^4}{\alpha^3(\alpha^2+1)^{1/2}} E.$$

Учитывая, что  $k = (\alpha^2+1)^{-1/2}$ ,  $k^2 = (\alpha^2+1)^{-1}$  и  $1-k^2 = 1 - \frac{1}{\alpha^2+1} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2+1}$ , сгруппируем предыдущее выражение по  $K$  и по  $E$ :

$$2\alpha^{-3} + \left[ \frac{\alpha}{(\alpha^2+1)k} + \frac{1-\alpha^2}{\alpha(\alpha^2+1)k} + \frac{\alpha}{(\alpha^2+1)^{1/2}} \right] K -$$

$$- \left[ \frac{\alpha}{(\alpha^2+1)k(1-k^2)} + \frac{1-\alpha^2}{\alpha(\alpha^2+1)k} + \frac{2+\alpha^2+\alpha^4}{\alpha^3(\alpha^2+1)^{1/2}} \right] E =$$

$$= 2\alpha^{-3} + \frac{(\alpha^2+1)^{1/2}}{\alpha} K - \frac{\alpha^4+3\alpha^2+2}{\alpha^3(\alpha^2+1)^{1/2}} E.$$

Так как  $\frac{\alpha^4+3\alpha^2+2}{\alpha^3(\alpha^2+1)^{1/2}} = \frac{(\alpha^2+1)^{1/2}}{\alpha} \left( 1 + \frac{2}{\alpha^2} \right)$ , можно записать

$$2\alpha^{-3} + \frac{(\alpha^2+1)^{1/2}}{\alpha} \left[ K - \left( 1 + \frac{2}{\alpha^2} \right) E \right]. \quad (18)$$

Умножая (18) на  $\frac{\mu_0 i^2 w^2}{6}$ , получаем строгий результат в виде:

$$f_{сж} = - \frac{\mu_0 i^2 w^2}{6} \left( -2\alpha^{-3} + \frac{(\alpha^2+1)^{1/2}}{\alpha} \left[ \left( 1 + \frac{2}{\alpha^2} \right) E - K \right] \right). \quad (19)$$

Представляет интерес сопоставление численных значений по выражению

$$\frac{1}{6\alpha} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{2}{\alpha^2} \right) E - K \right] (\alpha^2+1)^{1/2} - \frac{2}{\alpha^2} \right\} \quad (20)$$

со значениями по приближенным выражениям, вытекающим из (7) и (12) в [8], а именно,

$$\frac{\pi}{8} \frac{1}{(\alpha+0,44)^2}; \quad (21)$$

$$\frac{\pi}{8} \alpha^{-2} \left( 1 - \frac{8}{3\pi} \alpha^{-1} + \frac{3}{8} \alpha^{-2} - \frac{5}{64} \alpha^{-4} \right). \quad (22)$$

Примем  $k^2 = 0,5; 0,4; 0,35; 0,2; 0$  и  $\alpha = 1,0; 1,255; 1,363; 2,0; \infty$ . Так как  $K$  и  $E$  при  $k^2 = 0$  равны  $\pi/2$ , результат при  $\alpha \rightarrow \infty$  во всех случаях даёт нуль. Це-

лесообразно (20) выразить только через  $k^2$ , учитывая соотношения (2а). Тогда получаем из (20):

$$\frac{1}{6} \frac{1}{(1-k^2)^{3/2}} [(1+k^2)E - (1-k^2)K] - 2(k^2)^{3/2}. \quad (23)$$

Подстановкой в (23) значения  $k^2 = 0,5$  получаем в результате 0,185. Значению  $k^2 = 0,5$  соответствует  $\alpha^2 = 1,0$ . По (21) и (22) имеем соответственно 0,189 и 0,176.

Расчёты по (21), (22) и (23) сведены в таблицу

Значение $k^2$	Расчет по формулам		
	(23)	(21)	(22)
0,5	0,185	0,189	0,176
0,4	0,139	0,142	0,137
0,35	0,119	0,121	0,118
0,25	0,065	0,066	0,066
0	0	0	0

Как видно, численные значения не сильно отличаются друг от друга в диапазоне изменений  $k^2$  от 0,5 до 0. Полагая  $k^2 = 0,7; 0,8; 0,9; 0,99$ , получаем в соответствии с (23) значения: 0,322; 0,445; 0,705 и 2,466.

Рассчитаем сжимающие силы для соленоида при  $k^2 = 0,9$ . Примем  $w = 50$ , действующее значение тока  $I = 450$  А. Тогда  $\mu_0 w^2 i^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50^2 I^2 (1 - \cos 2\omega t)$ , где  $\omega = 2\pi f$  и  $f = 50$  Гц. В результате получим  $4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2500 \cdot 450^2 \cdot 0,705 = 448,5$  Н = 45,75 кгс. Такова оценка средних за период значений сжимающих сил, которые будет испытывать соленоид с соотношением длины к диаметру, равным 0,333.

При  $k^2 = 0,5$  сжимающая сила будет меньше в 3,73 раз. Она будет изменяться с удвоенной частотой от нуля до двукратного значения.

В заключение следует отметить, что используемые для вычислений значения индуктивности коротких и длинных соленоидов могут быть рекомендованы для практического применения. Выполнен расчёт двухслойного соленоида типового нагрузочного устройства. Получено точное выражение для сжимающих сил.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчёт индуктивностей: Справочная книга. Л.: Энергоатомиздат, 1986, 488 с.
2. Antônio Carlos M. de Queiroz. Mutual Inductance and Inductance Calculations by Maxwell's Method [Электрон. ресурс] acmq@ufjf.br (дата обращения 01.02.2019).
3. Simon Ramo, John R. Whinnery, Theodore Van Duzer. Field and waves in communication electronics, 1993, p. 844.

4. **Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю.** Автономные электроэнергетические системы. Вопросы безопасности и электромагнитной совместимости. СПб.: ФГУП «Крыловский государственный научный центр», 2017, 106 с.

5. **Lane J., Youngquist R., Immer C. and Simpson J.** Magnetic Field, Force, and Inductance Computations for an Axially Symmetric Solenoid. April 2001, NASA/TM-2013-217918/.

6. **Jerry C. Whitaker, Harold A. Wheeler.** Formules for the Skin Effect. Proc. of the I.R.E., September, 1942, pp. 412–424.

7. **Справочник** по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами/Под ред. М. Абрамовица, И.Стиган. М.: Наука, 1979.

8. **Цицикян Г.Н., Антипов М.Ю.** Оценка сжимающих сил, действующих на тонкослойные катушки (соленоиды) с током. – Изв. РАН. Энергетика, 2018, № 5, с. 26–31.

9. **Двайт Г.Б.** Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1977, 228 с.

[11.02.2019]

*А в т о р ы:* **Цицикян Георгий Николаевич** – доктор техн. наук, зам. начальника отдела, ученый секретарь НТС филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр», диссертацию защитил в 1990 г.

**Антипов Михаил Юрьевич** – инженер 1-й категории филиала «ЦНИИ СЭТ» ФГУП «Крыловский государственный научный центр».

*Electrichestvo*, 2019, No. 10, pp. 48–53

DOI:10.24160/0013-5380-2019-10-48-53

## Calculating the Inductance of Single- and Two-Layer Solenoids Taking into Account the Specific Features of Their Practical Application

**TSITSIKYAN Georgy N.** (*Krylov State Research Centre, SET Branch, St. Petersburg, Russia*) – Deputy Head of Dept., Academic secretary of Scientific and Technical Council, Dr. Sci. (Eng.)

**ANTIPOV Mikhail Yu.** (*Krylov State Research Centre, SET Branch, St. Petersburg, Russia*) – Ind Category Design Engineer

*Comparatively simple expressions for calculating the inductances of thin-layer coils have been proposed more or less recently, using which numerical assessments can be obtained in an essentially simpler manner. At the same time, rigorous expressions for calculating the inductances can in a number of cases be given subject to commonly accepted idealization, from which it is possible to determine, among other things, the permissible variation range of geometrical sizes in using simplified dependences. A rigorous expression and some of its modifications for the inductance of a solenoid with diameter  $d$  and length  $l$  is given, and a rigorous expression for determining the compression forces is derived. Certain aspects of practical application are considered in view of the fact that thin-layer coils are the main component of loading devices intended for testing the generator sets of self-contained power plants.*

**Key words:** solenoid, calculation of inductance, exact expression, electrodynamic forces, loading devices

### REFERENCES

1. **Kalantarov P.L., Tseitlin L.A.** *Raschet induktivnosti: Spravochnaya kniga* (Calculation of inductances: Handbook). Leningrad, Energoatomizdat, 1986, 488 p.

2. **Antônio Carlos M. de Queiroz.** Mutual Inductance and Inductance Calculations by Maxwell's Method [Electron. resource] acmq@ufrj.br (Data of apple 01.02.2019).

3. **Simon Ramo, John R. Whinnery, Theodore Van Duzer.** Field and waves in communication electronics, 1993, p. 844.

4. **Tsitsikyan G.N., Antipov M.Yu.** *Autonomnye elektroenergeticheskiye sistemy. Voprosy bezopasnosti i elektromagnitnoi sovmestivosti* (Autonomous power systems. Electrosecurity and electromagnetic compatibility issues). St. Petersburg, Publ. «Krylov State Scientific Centre», 2017, 106 p.

5. **Lane J., Youngquist R., Immer C. and Simpson J.** Magnetic Field, Force, and Inductance Computations for an Axially Symmetric Solenoid. April 2001, NASA/TM-2013-217918/.

6. **Jerry C. Whitaker, Harold A. Wheeler.** Formules for the Skin Effect. Proc. of the I.R.E., September, 1942, pp. 412–424.

7. **Spravochnik po spetsial'nym funktsiyam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami/**Pod red. M. Abramovitsa, I. Stigana (Handbook of special functions with formulas, graph and mathematical tables/Edit. by M. Abramovits, I. Stigan). Moscow, Nauka, 1979.

8. **Tsitsikyan G.N., Antipov M.Yu.** *Izv. RAN. Energetika – Russ. (News of Russian Academy of Sciences)*, 2018, No. 5, pp. 26–31.

9. **Dvait G.B.** *Tablitsy integralov i drugie matematicheskiye formuly* (Tables of integrals and other mathematical formulas). Moscow, Nauka, 1977, 228 p.

[11.02.2019]