

Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора. Ч. 9. Размещение обмоток на разных стержнях магнитопровода

ШАКИРОВ М.А.

Показано, что передача активной и реактивной мощности нагрузки в трансформаторе с обмотками на разных стержнях магнитопровода осуществляется лишь половинками обмоток, расположенными в его окне. В областях расположения внешних (за пределами окна) частей обмоток вектор Пойнтинга является чисто реактивной величиной. Поэтому практика объяснения работы силовых трансформаторов на основе трансформатора с разнесенными обмотками высшего и низшего напряжения по разным стержням приводит к искаженному представлению о физических процессах в них. Для трансформаторов с разнесенными обмотками более удобными являются универсальные 6Т-образные схемы замещения, отличающиеся от 4Т-образных схем замещения силовых трансформаторов наличием дополнительных индуктивностей для отображения рассеяния в зоне внешних частей обмоток. Различие имеет место и в положении линии раздела потоков в режиме короткого замыкания, оказывающейся не в окне трансформатора, а в пределах стержня, охватываемого первичной обмоткой. Универсальность 6Т-образных схем замещения означает, что, во-первых, они отображают все магнитные потоки в стали и окне устройства, а во-вторых, создают возможность их использования для анализа как установившихся, так и переходных процессов. Достоверность всех утверждений статьи подтверждается картинками распределения векторного потенциала и функции потока в пределах трансформатора. При этом наглядно объясняется возникновение сверхпотоков и антипотоков (в сравнении с потоком холостого хода) в стержнях при короткозамкнутом состоянии одной из обмоток, играющих ключевую роль в оценке электродинамической стойкости трансформаторов.

К л ю ч е в ы е с л о в а: трансформатор, магнитный поток, схема замещения, короткое замыкание, вектор Пойнтинга, векторный потенциал, холостой ход

Трансформаторы с расположением первичной и вторичной обмоток на разных стержнях магнитопровода обладают повышенной индуктивностью рассеяния и могут быть использованы для производства сварочных трансформаторов и трансформаторов специального назначения [1, 2]. Однако у этой конструкции есть и другая важная роль. С ее изображения начинаются все учебники, так как считается, что она является универсальной моделью для анализа работы любых, в том числе и силовых, трансформаторов, в которых обмотки высшего и низшего напряжения охватывают друг друга. При этом формируется искаженное мнение о якобы полном сходстве физических процессов во всех трансформаторах, выражающемся в одинаковости их Т-, П- и Г-образных схем замещения [3–5]. В действительности, как показано в предыдущих частях работы автора статьи, эти схемы замещения пригодны лишь для представления трансформаторов во внешних сетях и системах. Что касается внутренних физических процессов, то для их понимания необходимо осмысление особенностей движения потоков энергии, которое, очевидно, должно зависеть как от конкретной конструкции магнитопровода, так и от расположения обмоток трансформатора на нем.

Цель данной работы связана с решением трех задач:

согласование понимания работы двухобмоточного трансформатора с разнесенными обмотками высшего и низшего напряжения по разным стержням с представлением о передаче энергии в нем посредством вектора Пойнтинга;

построение соответствующей этому пониманию схемы замещения с отображением магнитных потоков во всех участках окна и магнитопровода, а также за его пределами в любых условиях работы трансформатора;

подтверждение достоверности схемы замещения картинками распределения векторного потенциала и функции потока с наглядным объяснением возникновения сверхпотоков и антипотоков (в сравнении с потоком холостого хода – х.х.) в стержнях при короткозамкнутом (КЗ) состоянии одной из обмоток.

Вектор Пойнтинга в идеализированном трансформаторе. Устройство трансформатора подчинено его главному назначению – передаче энергии от обмотки к обмотке с наименьшими потерями. При $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ потери в стали нулевые. Поэтому роль конструкции рассматриваемого трансформатора (рис. 1,а) нагляднее всего раскрывается при анали-

зе работы его идеализированной модели с плоско-параллельным магнитным полем, в котором:

активные сопротивления всех обмоток равны нулю, т.е. $R_a = R_b = 0$;

высота обмоток $h_w = h$, где h – высота окна;

бак представляет собой идеальный электромагнитный экран;

длина устройства в направлении, перпендикулярном рис. 1,а, равна l_0 ;

линии магнитной индукции в окне параллельны y -оси;

ток $\dot{I}_a \equiv \dot{I}_1$ a -обмотки (с числом витков w_a) и ток $\dot{I}_b \equiv \dot{I}_2$ b -обмотки (с числом витков w_b) связаны соотношениями ($n = w_a / w_b$):

$$\dot{I}_b = w_a \dot{I}_a / w_b = n \dot{I}_a; \quad \dot{I}_b = \dot{I}_a = \dot{I}_b / n. \quad (1)$$

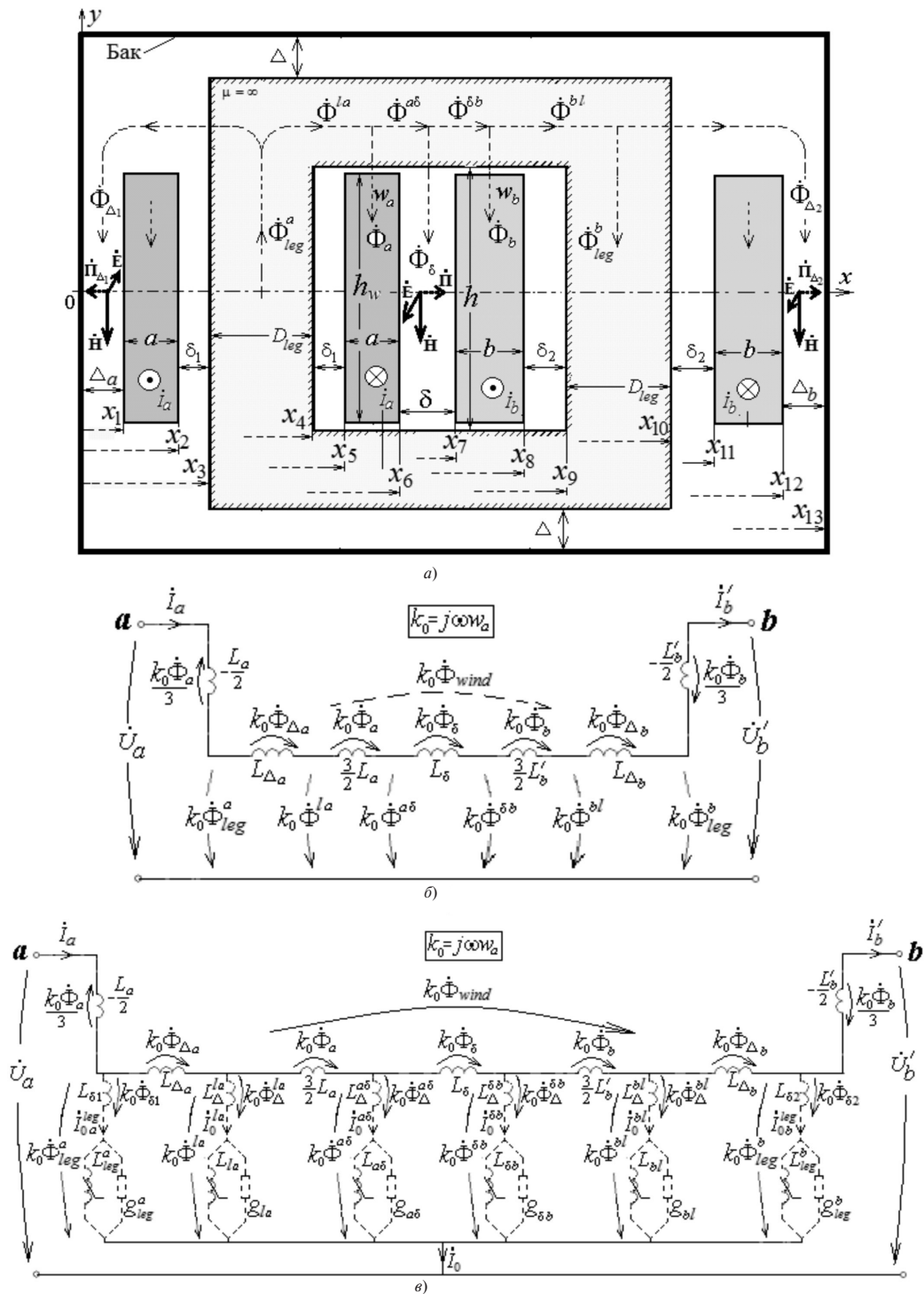


Рис. 1. Вектор Пойнтинга в идеализированном трансформаторе с идеальным электромагнитным экраном (баком) (а), его 6Т-образная схема замещения (б) и ее модернизированный вариант с учетом потерь в стали (в)

Для определенности полагаем, что первичной является a -обмотка, насаженная на a -стержень, который в этом случае будем называть первичным. На b -стержень насажена вторичная b -обмотка, и он называется вторичным. К a -обмотке приложено напряжение $\dot{U}_1 = \dot{U}_a$, при этом

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{jx_{sh} + Z'_{loud}}, \quad (2)$$

где x_{sh} – сопротивление КЗ со стороны a -обмотки;

$$x_{sh} = \omega L_{sh}; \quad Z'_{loud} = n^2 Z_{loud}; \quad (3)$$

Z_{loud} – комплексное сопротивление нагрузки на стороне вторичной b -обмотки. Приведенное значение напряжения на вторичной обмотке:

$$U_b \equiv n \dot{U}'_b = Z'_{loud} \dot{I}_b \equiv Z'_{loud} \dot{I}_a. \quad (4)$$

Входная мощность \dot{S}_1 связана с мощностью нагрузки \dot{S}_2 соотношением:

$$\dot{S}_1 = jQ_{sh} + \dot{S}_2 = jx_{sh} I_a^2 + (P_2 + jQ_2), \quad (5)$$

где $Q_{sh} = x_{sh} I_a^2$ – внутризатратная реактивная мощность, идущая на транспортировку вектора Пойнтинга [6]. Чем меньше Q_{sh} , тем лучше силовой трансформатор. Наиболее оптимальным является силовой трансформатор броневого конструкции магнитопровода и охватывающими друг друга цилиндрическими обмотками, поскольку в этом случае, как показано в [6, 7], величина Q_{sh} играет исключительно полезную роль по обеспечению передачи энергии через трансформатор. Весь процесс протекает в окне, чего нельзя сказать о распределении мощности Q_{sh} в трансформаторе с конструкцией (рис. 1,а). Помимо полезного расхода части этой мощности в окне (с формированием и транспортировкой вектора \dot{H}) имеет место бесполезное расходование остальной ее доли на создание и транспортировку векторов $\dot{H}_{\Delta a}$ и $\dot{H}_{\Delta b}$ соответственно в зонах шириной Δ_a и Δ_b . На границах этих зон, т.е. на поверхностях $x=0$ и $x=x_{13}$, векторы $\dot{H}_{\Delta a}$ и $\dot{H}_{\Delta b}$ обращаются в нуль. Приходим к следующему выводу.

Утверждение 1. Активная энергия в трансформаторе (рис. 1,а) передается лишь половинками обмоток, расположенными в его окне. В областях расположения остальных частей обмоток (в зонах $0 < x < x_3$ и $x_{10} < x < x_{13}$) вектор Пойнтинга является чисто реактивной величиной.

6Т-образная схема замещения идеализированного трансформатора. В соответствии с выделенными в

магнитопроводе шестью магнитными потоками в стали $\dot{\Phi}_{leg}^a, \dot{\Phi}^{la}, \dot{\Phi}^{ad}, \dot{\Phi}^{\delta b}, \dot{\Phi}^{bl}, \dot{\Phi}_{leg}^b$ на рис. 1,б построена 6Т-образная схема замещения трансформатора. Контурные уравнения ее центральной части (с положительными индуктивностями) отображают пять уравнений, удовлетворяющих первому закону Кирхгофа для магнитной цепи трансформатора:

$$\dot{\Phi}_{leg}^a = \dot{\Phi}_{\Delta a} + \dot{\Phi}^{la}; \quad (6)$$

$$\dot{\Phi}^{la} = \dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}^{ad}; \quad (7)$$

$$\dot{\Phi}^{ad} = \dot{\Phi}_\delta + \dot{\Phi}^{\delta b}; \quad (8)$$

$$\dot{\Phi}^{\delta b} = \dot{\Phi}_b + \dot{\Phi}^{bl}; \quad (9)$$

$$\dot{\Phi}^{bl} = \dot{\Phi}_{\Delta b} + \dot{\Phi}_{leg}^b. \quad (10)$$

Боковые части схемы (рис. 1,б) с отрицательными индуктивностями соответствуют уравнениям для потокоцеплений обмоток (см. (57) и (58) в [6]), которые с учетом принятых обозначений принимают вид:

$$\frac{\dot{U}_1}{j\omega} = \dot{\Psi}_1 = w_a \dot{\Phi}_{leg}^a - \frac{w_a \dot{\Phi}_a}{3}; \quad (11)$$

$$\frac{\dot{U}_b}{j\omega} = \dot{\Psi}'_b = w_a \dot{\Phi}_{leg}^b + \frac{w_a \dot{\Phi}_b}{3}. \quad (12)$$

Различие знаков в (11) и (12) объясняется неодинаковой взаимной ориентацией потоков $\dot{\Phi}_a$ и $\dot{\Phi}_b$ в стержнях относительно потоков $\dot{\Phi}_{leg}^a$ и $\dot{\Phi}_{leg}^b$ в толще прилегающих к ним обмоток (рис. 1,а).

П р и м е ч а н и е 1. Потоки $\dot{\Phi}_a$ и $\dot{\Phi}_b$ распределены поровну – по половинкам своих обмоток. Однако на рис. 1,а в соответствии с (11) и (12) каждый из них представлен одной стрелкой, что также отображено на схеме рис. 1,б.

Все потоки в окне пропорциональны току $\dot{I}_1 = \dot{I}_a = \dot{I}_b$ и с учетом обозначений в [6] могут быть представлены в виде:

$$\frac{\dot{\Phi}_a}{2} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \frac{L_a \dot{I}_a}{w_a}; \quad \dot{\Phi}_\delta = \frac{L_\delta \dot{I}_a}{w_a}; \quad \frac{\dot{\Phi}_b}{2} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \frac{L'_b \dot{I}_a}{w_a}, \quad (13)$$

где

$$L_a \approx \frac{\mu_0 w_a^2}{h} \frac{2l_0 a}{3}; \quad L_\delta \approx \frac{\mu_0 w_a^2}{h} l_0 \delta; \\ L'_b \approx \frac{\mu_0 w_a^2}{h} \frac{2l_0 b}{3}. \quad (14)$$

Аналогично можно выразить потоки в боковых зонах Δ_a и Δ_b :

$$\dot{\Phi}_{\Delta a} = \frac{L_{\Delta a} \dot{I}_a}{w_a}; \quad \dot{\Phi}_{\Delta b} = \frac{L_{\Delta b} \dot{I}_a}{w_a}, \quad (15)$$

где

$$L_{\Delta a} \approx \frac{\mu_0 w_a^2}{h} l_0 \Delta_a; \quad L_{\Delta b} \approx \frac{\mu_0 w_a^2}{h} l_0 \Delta_b. \quad (16)$$

На схеме замещения (рис. 1,б) $\dot{\Phi}_{wind}$ – обозначение суммарного потока в окне.

Сопротивление короткого замыкания. Сумма индуктивностей схемы (рис. 1,б) определяет индуктивность КЗ устройства со стороны a -обмотки:

$$L_{sh} = L_a + L_\delta + L'_b + (L_{\Delta a} + L_{\Delta b}). \quad (17)$$

В скобках обособлены слагаемые, объясняющие повышенное значение сопротивления КЗ $x_{sh} = \omega L_{sh}$ в трансформаторе (рис. 1,а) по сравнению с трансформатором броневое типа. С учетом (14) и (16)

$$L_{sh} \approx \frac{\mu_0 w_a^2}{h} l_0 \left(\delta + \frac{2(a+b)}{3} + (\Delta_a + \Delta_b) \right). \quad (18)$$

Необходимо знать величины:

$$\frac{L_a}{L_{sh}} = \frac{2a}{\lambda}; \quad \frac{L_\delta}{L_{sh}} = \frac{3\delta}{\lambda}; \quad \frac{L'_b}{L_{sh}} = \frac{2b}{\lambda}; \quad \frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}} = \frac{3\Delta_a}{\lambda};$$

$$\frac{L_{\Delta b}}{L_{sh}} = \frac{3\Delta_b}{\lambda}, \quad (19)$$

где

$$\lambda = 2(a+b) + 3(\delta + \Delta_a + \Delta_b). \quad (20)$$

Пример. Габариты трансформатора (рис. 1,а): $D_{leg} = 430$ мм; высота окна $h = 870$ мм. Геометрические данные: $\delta_1 = 30$ мм; $a = 60$ мм; $\delta = 50$ мм; $b = 40$ мм; $\delta_2 = 50$ мм, $\Delta_a = \Delta_b = 150$ мм. Согласно (19) и (20) при $\lambda = 1,25$ м:

$$\frac{L_a}{L_{sh}} = 0,096; \quad \frac{L_\delta}{L_{sh}} = 0,12; \quad \frac{L'_b}{L_{sh}} = 0,064; \quad \frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}} = 0,36;$$

$$\frac{L_{\Delta b}}{L_{sh}} = 0,36. \quad (21)$$

Примечание 2. Переход от схемы замещения с учетом насыщения и потерь в стали (рис.1,в) осуществляется добавлением поперечных ветвей «намагничивания», смысл параметров которых подробно рассмотрен в [6]. Схемы (рис. 1,б и в) остаются в силе и для трансформатора (рис.1,а)

с магнитным экраном с учетом меньших значений $L_{\Delta a}$ и $L_{\Delta b}$ в них.

Магнитные потоки в режиме КЗ. Из схемы (рис.1,б) следует, что в режиме х.х. ($Z_{load} \rightarrow \infty$) потоки в окне равны нулю, а все потоки в стали одинаковы и равны:

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{U}_1}{j\omega w_a} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a}. \quad (22)$$

Анализ схемы также показывает, что вопреки официальной теории [1–5] при КЗ магнитопровод трансформатора, во-первых, намагничивается неоднородно, и во вторых, в одной из его частей магнитный поток даже превосходит поток х.х. $\dot{\Phi}_0$, т.е. является сверхпоток КЗ по отношению к потоку х.х., в то время как в некоторой другой части может образовываться поток, встречный потоку х.х., названный в [6] антипоток КЗ. Помечая все величины при КЗ индексом sh (short circuit), ток при короткозамкнутой b -обмотке

$$\dot{I}_1^{sh} \equiv \dot{I}_a^{sh} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_{sh}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega L_{sh}}. \quad (23)$$

Согласно второму закону Кирхгофа из схемы на рис. 1,б в режиме КЗ следует:

$$j\omega \left(-\frac{L_a}{2} \right) \dot{I}_a^{sh} + k_0 \dot{\Phi}_{leg}^{a,sh} = \dot{U}_a.$$

С учетом (22) и выражения $k_0 = j\omega w_a$ находим поток в первичном стержне:

$$\dot{\Phi}_{leg}^{a,sh} = \dot{\Phi}_0 + \left(\frac{L_a}{2} \right) \frac{\dot{\Phi}_0}{L_{sh}},$$

откуда согласно (19) и (20) получаем:

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^{a,sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{L_a}{2L_{sh}} = 1 + \frac{a}{\lambda} = 1 + \frac{a}{2(a+b) + 3(\delta + \Delta_a + \Delta_b)}. \quad (24)$$

Как видно, при КЗ поток в первичном стержне превышает поток х.х., т.е. является сверхпоток КЗ. Для рассматриваемого примера согласно (21)

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^{a,sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{L_a}{2L_{sh}} = 1 + \frac{0,096}{2} = 1,048. \quad (25)$$

Во вторичном стержне возникает антипоток КЗ, поскольку из уравнения для правого контура схемы (рис. 1,б)

$$j\omega \left(-\frac{L'_b}{2} \right) \dot{I}_a^{sh} - k_0 \dot{\Phi}_{leg}^{b,sh} = 0$$

и при учете (23)

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^{b,sh}}{\dot{\Phi}_0} = -\frac{L'_b}{2L_{sh}} = -\frac{b}{\lambda} = -\frac{b}{2(a+b)+3(\delta+\Delta_a+\Delta_b)} \quad (26)$$

Для рассматриваемого примера согласно (21)

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^{b,sh}}{\dot{\Phi}_0} = -\frac{0,064}{2} = -0,032. \quad (27)$$

Знак минус означает, что поток $\dot{\Phi}_{leg}^{b,sh}$ направлен встречно потоку х.х. $\dot{\Phi}_0$. Выражения для остальных потоков при КЗ b -обмотки представлены в табл. 1. Потоки в толще половинок обмоток и в окне получены с учетом П р и м е ч а н и я 1. Как и следовало ожидать, при любой нагрузке, в том числе при КЗ,

$$\dot{\Phi}_{leg}^a = \dot{\Phi}_{\Delta a} + \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_a^{right} + \dot{\Phi}_\delta + \dot{\Phi}_b^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^{sh} +$$

$$+ \dot{\Phi}_b^{right} + \dot{\Phi}_{\Delta b}$$

АЕФ-инвариантная поверхность. Особенностью полей в трансформаторе является их самоорганизация с образованием A -инвариантных поверхностей, на которых векторный потенциал не зависит от нагрузки [6–9]. Определяемый с точностью до произвольной постоянной, он должен быть таким, чтобы одновременно соответствовать условиям:

$$\dot{E}(x) = -j\omega \dot{A}(x); \quad \dot{\Phi}(x) = I_0 \dot{A}(x), \quad (28)$$

где $\dot{\Phi}(x)$ – функция потока. В случае (рис. 1,а) это имеет место, если принято:

$$\dot{A}|_{x=0} = \dot{A}|_{x=x_{13}} = 0; \quad \dot{\Phi}|_{x=0} = \dot{\Phi}|_{x=x_{13}} = 0. \quad (29)$$

Таблица 1

Магнитные потоки при короткозамкнутой b -обмотке (рис. 1,а)

Область (участок) трансформатора (рис.1,а)	Выражения через индуктивности схемы (рис.1,б)	Формулы через геометрические величины (рис.1,а)	Пример (рис.1,а)
Левый (первичный) стержень	$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^{a,sh}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{L_a}{2L_{sh}}$ (сверхпоток КЗ)	$1 + \frac{a}{\lambda}$	1,048
Участок l, a стали	$\frac{\dot{\Phi}_{sh}^{la}}{\dot{\Phi}_0} = 1 + \frac{L_a}{2L_{sh}} - \frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}}$	$1 + \frac{a}{\lambda} - \frac{3\Delta a}{\lambda}$	0,688
Участок a, δ стали	$\frac{\dot{\Phi}_{sh}^{a\delta}}{\dot{\Phi}_0} = 1 - \frac{L_a}{L_{sh}} - \frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}}$	$1 - \frac{2a}{\lambda} - \frac{3\Delta a}{\lambda}$	0,544
Участок δ, b стали	$\frac{\dot{\Phi}_{sh}^{\delta b}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{L'_b}{L_{sh}} + \frac{L_{\Delta b}}{L_{sh}}$	$\frac{2b}{\lambda} + \frac{3\Delta b}{\lambda}$	0,424
Правый (вторичный) стержень	$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^{b,sh}}{\dot{\Phi}_0} = -\frac{L'_b}{2L_{sh}}$ (антипоток КЗ)	$-\frac{b}{\lambda}$	-0,032
В толще половины a -обмотки	$\frac{\dot{\Phi}_a^{sh}/2}{\dot{\Phi}_0} = \frac{3L_a}{4L_{sh}}$	$\frac{3a}{2\lambda}$	0,072
δ -промежуток между обмотками	$\frac{\dot{\Phi}_\delta^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{L_\delta}{L_{sh}}$	$\frac{3\delta}{\lambda}$	0,12
В толще половины b -обмотки	$\frac{\dot{\Phi}_b^{sh}/2}{\dot{\Phi}_0} = \frac{3L'_b}{4L_{sh}}$	$\frac{3b}{2\lambda}$	0,048
Окно $\frac{\dot{\Phi}_{wind}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{\Phi}_a^{sh}/2 + \dot{\Phi}_\delta^{sh} + \dot{\Phi}_b^{sh}/2}{\dot{\Phi}_0}$	$\frac{\dot{\Phi}_{wind}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{3L_a}{4L_{sh}} + \frac{L_\delta}{L_{sh}} + \frac{3L'_b}{L_{sh}}$	$\frac{3a}{2\lambda} + \frac{3\delta}{\lambda} + \frac{3b}{2\lambda}$	0,24
В левой зоне между баком и a -обмоткой	$\frac{\dot{\Phi}_{\Delta a}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}}$	$\frac{3\Delta a}{\lambda}$	0,36
В правой зоне между баком и b -обмоткой	$\frac{\dot{\Phi}_{\Delta b}^{sh}}{\dot{\Phi}_0} = \frac{L_{\Delta b}}{L_{sh}}$	$\frac{3\Delta b}{\lambda}$	0,36

Из (28) вытекает, что самоорганизация трансформатора сопровождается образованием АЕФ-инвариантных поверхностей, поскольку

$$\frac{\dot{A}(x)}{\dot{A}_0} = \frac{\dot{\Phi}(x)}{\dot{\Phi}_0} = \frac{\dot{E}(x)}{\dot{E}_0}, \quad (30)$$

где $\dot{A}_0 = \dot{\Phi}_0 / l_0$; $\dot{E}_0 = -j\omega\dot{A}_0$. В условиях принятых допущений напряженность магнитного поля в окне $\dot{H}(x) = \dot{H}_y(x)$. Определив по (2) первичный ток \dot{I}_a , можно найти ее в любой зоне, как показано в третьей колонке табл. 2, где использована упрощенная запись, в частности в Δ_a -зоне:

$$\dot{H}_{\Delta a} = -j \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \rightarrow H_{\Delta b} = -\frac{w_a \dot{I}_a}{h}, \text{ и т.д.}$$

В этой же колонке представлены выражения для потоков в отдельных участках трансформатора,

полученные по схеме рис. 1,б. Потоки в стыковом ярме можно определить с помощью соотношений (6)–(10). В качестве иллюстрации на рис. 2 представлены кривые распределения функции потока для нашего примера с учетом равенства (30), рассчитанные по формулам табл. 2 при различных нагрузках. Их анализ приводит к следующему выводу.

Утверждение 2. АЕФ-инвариантная плоскость, возбуждаемая первичной a -обмоткой, находится внутри вторичного стержня, охватываемого b -обмоткой.

В нашем примере, как следует из рис. 2, a и b , она находится от внутреннего края b -стержня на расстоянии

$$\delta_0^a = 0,6047 D_{leg}; \quad \dot{\Phi}|_{x=x_9+\delta_0^a} / \dot{\Phi}_0 = 0,3953. \quad (31)$$

Таблица 2

Распределение напряженности и векторного потенциала в идеализированном плоскопараллельном трансформаторе (рис. 1,а)

Область (зона)	Пределы изменения x в зоне	Напряженность $\dot{H}(x) \equiv \dot{H}_y(x)$ и поток в k -й области $\dot{\Phi}_k$	Векторный потенциал: $\mathbf{A} \equiv A_z(x)\mathbf{k} = A(x)\mathbf{k};$ $\dot{A}(x) \equiv \dot{A}_z(x)$
Δ_1 -зона	$0 < x < x_1$	$\dot{H}_{\Delta a} = -\frac{\dot{H} w_a \dot{I}_a}{h}; \quad \dot{\Phi}_{\Delta a} = \frac{L_{\Delta a} \dot{I}_a}{w_a}$	$\dot{A}_{\Delta a}(x) = -\frac{\dot{\Phi}_{\Delta a}}{l_0} \frac{x}{\Delta a} = -\frac{L_{\Delta a} \dot{I}_a}{l_0 w_a} \frac{x}{\Delta a}$
Левая половина a -обмотки	$x_1 < x < x_2$	$\dot{H}_a^{left} = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \frac{(x-x_2)}{a}; \quad \dot{\Phi}_{\Delta a}^{left} = \frac{1}{2} \left(\frac{3 L_a \dot{I}_a}{2 w_a} \right)$	$\dot{A}_a^{left}(x) = -\frac{1}{l_0} \left(\dot{\Phi}_{\Delta a} + \dot{\Phi}_a^{left} \frac{a^2 - (x_2 - x)^2}{a^2} \right)$
δ_1^{left} -зазор	$x_2 < x < x_3$	$\dot{H}_{\delta_1}^{left} = 0; \quad \dot{\Phi}_{\delta_1}^{left} = 0$	$\dot{A}_{\delta_1}^{left}(x) = -\frac{1}{l_0} (\dot{\Phi}_{\Delta a} + \dot{\Phi}_a^{left}) = -\frac{1}{l_0} \frac{(L_{\Delta a} + 3L_a/4) \dot{I}_a}{w_a}$
Левый стержень	$x_3 < x < x_4$	$\dot{H}_{leg}^a = 0; \quad \dot{\Phi}_{leg}^a = \frac{\dot{I}_a}{j\omega w_a} + \frac{L_a \dot{I}_a}{2 w_a}$	$\dot{A}_{leg}^a(x) = \frac{1}{l_0} \left(-\dot{\Phi}_{\Delta a} + \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a \frac{x-x_3}{D_{leg}} \right)$
δ_1^{right} -зазор	$x_4 < x < x_5$	$\dot{H}_{\delta_1}^{right} = 0; \quad \dot{\Phi}_{\delta_1}^{right} = 0$	$\dot{A}_{\delta_1}^{right} = \frac{1}{l_0} \left(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a \right) =$ $= \frac{1}{l_0} \left(\frac{\dot{I}_a}{j\omega w_a} - \frac{(L_{\Delta a} + L_a/4) \dot{I}_a}{w_a} \right)$
Правая половина a -обмотки	$x_5 < x < x_6$	$\dot{H}_a^{right} = -\frac{w_a \dot{I}_a}{h} \frac{(x-x_5)}{a};$ $\dot{\Phi}_a^{right} = \frac{1}{2} \left(\frac{3 L_a \dot{I}_a}{2 w_a} \right)$	$\dot{A}_a^{right}(x) = \frac{1}{l_0} \left(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a \right) -$ $-\frac{1}{l_0} \dot{\Phi}_a^{right} \frac{(x-x_5)^2}{a^2}$
δ -коридор между обмотками	$x_6 < x < x_7$	$\dot{H}_{\delta} = -\frac{w_a \dot{I}_a}{h}; \quad \dot{\Phi}_{\delta} = \frac{L_{\delta} \dot{I}_a}{w_a}$	$\dot{A}_{\delta}(x) = \frac{1}{l_0} \left(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a - \dot{\Phi}_a^{right} \right) -$ $-\frac{1}{l_0} \dot{\Phi}_{\delta} \frac{(x-x_6)}{\delta}$
Левая половина b -обмотки	$x_7 < x < x_8$	$\dot{H}_b^{left} = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \frac{(x-x_8)}{b}; \quad \dot{\Phi}_b^{left} = \frac{1}{2} \left(\frac{3 L_b \dot{I}_a}{2 w_a} \right)$	$\dot{A}_b^{left}(x) = \frac{1}{l_0} \left(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a - \dot{\Phi}_a^{right} - \dot{\Phi}_{\delta} \right) -$ $-\frac{1}{l_0} \dot{\Phi}_b^{left} \frac{(b^2 - (x-x_8)^2)}{\delta}$

δ_2^{left} -зазор	$x_8 < x < x_9$	$\dot{H}_{\delta_2}^{left} = 0; \dot{\Phi}_{\delta_2}^{left} = 0$	$\dot{A}_{\delta_2}^{left} = \frac{1}{l_0}(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a - \dot{\Phi}_a^{right} - \dot{\Phi}_{\delta} - \dot{\Phi}_b^{left})$
Правый стержень	$x_9 < x < x_{10}$	$\dot{H}_{leg}^b = 0; \dot{\Phi}_{leg}^b = \frac{\dot{U}_b}{j\omega w_a} - \frac{L_b \dot{I}_a}{2w_a};$ $\dot{U}_b = \dot{U}_a - j\omega L_{sh} \dot{I}_a$	$\dot{A}_{leg}^b(x) = \frac{1}{l_0}(-\dot{\Phi}_{\Delta 1} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a - \dot{\Phi}_a^{right} - \dot{\Phi}_{\delta} - \dot{\Phi}_b^{left} - \frac{\dot{\Phi}_{leg}^b(x-x_9)}{l_0 D_{leg}})$
δ_2^{right} -зазор	$x_{10} < x < x_{11}$	$\dot{H}_{\delta_2}^{right} = 0; \dot{\Phi}_{\delta_2}^{right} = 0$	$\dot{A}_{\delta_2}^{right} = \frac{1}{l_0}(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a - \dot{\Phi}_a^{right} - \dot{\Phi}_{\delta} - \dot{\Phi}_b^{left} - \dot{\Phi}_{leg}^b)$
Правая половина b-обмотки	$x_{11} < x < x_{12}$	$\dot{H}_b^{right} = -\frac{w_a \dot{I}_a (x-x_{11})}{h} \frac{b}{b};$ $\dot{\Phi}_b^{right} = \frac{1}{2} \left(\frac{3 L_b \dot{I}_a}{w_a} \right)$	$\dot{A}_b^{right} = \frac{1}{l_0}(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a - \dot{\Phi}_a^{right} - \dot{\Phi}_{\delta} - \dot{\Phi}_b^{left} - \dot{\Phi}_{leg}^b - \frac{1}{l_0} \frac{\dot{\Phi}_b^{right} (x-x_{11})^2}{b^2})$
Δ_2 -зона	$x_{12} < x < x_{13}$	$\dot{H}_{\Delta b} = -\frac{w_a \dot{I}_a}{h}; \dot{\Phi}_{\Delta b} = \frac{L_{\Delta b} \dot{I}_a}{w_a}$	$\dot{A}_{\Delta 2} = \frac{1}{l_0}(-\dot{\Phi}_{\Delta a} - \dot{\Phi}_a^{left} + \dot{\Phi}_{leg}^a - \dot{\Phi}_a^{right} - \dot{\Phi}_{\delta} - \dot{\Phi}_b^{left} - \dot{\Phi}_{leg}^b - \dot{\Phi}_b^{right}) + \frac{1}{l_0} \dot{\Phi}_{\Delta b} \frac{x-x_{12}}{\Delta_2}$

Второе выражение (31) есть относительное значение функции потока на ней независимо от вида и значения нагрузки.

При выводе выражения для δ_0^a определения следует заменить входящие в формулу для $\dot{A}_{leg}^b(x)$ (где $x_9 < x < x_{10}$) величины потоков значениями правых частей соответствующих выражений из третьей колонки табл. 2. Сгруппировав после этого слагаемые с током \dot{I}_a , получим выражение:

$$\dot{A}_{leg}^b(x) = -\frac{1}{l_0} \left(-\frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} + \frac{\dot{U}_a (x-x_9)}{j\omega w_a D_{leg}} \right) -$$

$$-\frac{1}{l_0} \left(L_{\Delta 1} + L_a + L_{\delta} + \frac{3L_b'}{4} + \left(-L_{sh} - \frac{L_b'}{2} \right) \frac{x-x_9}{D_{leg}} \right) \frac{\dot{I}_a}{w_a}$$

Очевидно, при $x-x_0 = \delta_0^a$ (где значение δ_0^a такое, что множитель при \dot{I}_a обращается в нуль) величина $\dot{A}_{leg}^b(x)$ не будет зависеть от нагрузки. Таким образом, уравнение для определения δ_0^a принимает вид:

$$L_{\Delta a} + L_a + L_{\delta} + \frac{3L_b'}{4} + \left(-L_{sh} - \frac{L_b'}{2} \right) \frac{\delta_0^a}{D_{leg}} = 0,$$

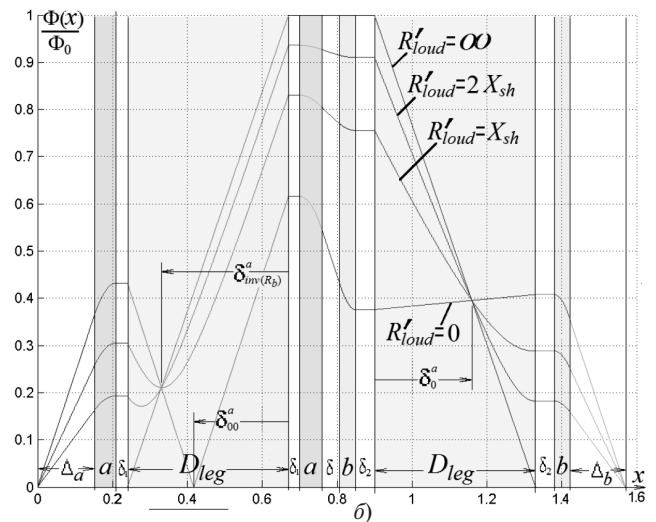
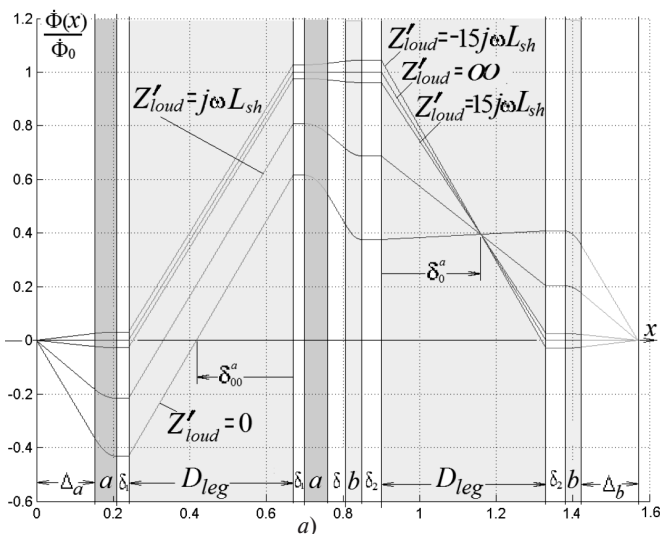


Рис. 2. Распределение функции потока при чисто реактивных (а) и чисто активных (б) нагрузках

откуда следует, что положение $AE\Phi$ -инвариантной плоскости относительно левого края правого стержня определяется величиной

$$\frac{\delta_0^a}{D_{leg}} = 1 - \frac{\left(\frac{L_{\Delta b}}{L_{sh}} + \frac{3}{4} \frac{L'_b}{L_{sh}}\right)}{1 + \frac{1}{2} \frac{L'_b}{L_{sh}}}. \quad (32)$$

Утверждение 2 доказано.

Для нашего примера с учетом равенств (21)

$$\frac{\delta_0^a}{D_{leg}} = 1 - \frac{0,36 + \frac{3}{4} \cdot 0,064}{1 + \frac{1}{2} \cdot 0,064} = 0,6047, \quad (33)$$

что совпадает с (31). В геометрических величинах

$$\frac{\delta_0^a}{D_{leg}} = 1 - 3 \frac{\Delta_b + b/2}{\lambda + b} = 1 - 3 \frac{\Delta_b + b/2}{2a + 3(\delta + b + \Delta_a + \Delta_b)}. \quad (34)$$

Значение векторного потенциала на этой $AE\Phi$ -инвариантной плоскости при любой нагрузке на b -обмотке равно

$$\dot{A}|_{x=x_9+\delta_0^a} = -\frac{1}{l_0} \left(1 - \frac{\delta_0^a}{D_{leg}}\right) \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} = \left(1 - \frac{\delta_0^a}{D_{leg}}\right) \frac{\dot{\Phi}_0}{l_0}, \quad (35)$$

откуда следует, что на $AE\Phi$ -инвариантной плоскости при любой нагрузке на b -обмотке

$$\frac{\dot{\Phi}|_{x=x_9+\delta_0^a}}{\dot{\Phi}_0} = 1 - \frac{\delta_0^a}{D_{leg}}. \quad (36)$$

В нашем примере

$$\frac{\dot{\Phi}|_{x=x_9+\delta_0^a}}{\dot{\Phi}_0} = 1 - 0,6047 = 0,3953,$$

что также совпадает с (31).

Нуль-поверхность в режиме КЗ. Из кривой для режима КЗ b -обмотки (рис. 2,а и б) следует, что линия разделения потоков в этом режиме находится в первичном стержне на расстоянии от его внутреннего края, равном

$$\delta_{00}^a = 0,5878 D_{leg}; \quad \dot{\Phi}|_{x=x_{10}-\delta_0^a} / \dot{\Phi}_0 = 0. \quad (37)$$

Таким образом, приходим к выводу.

Утверждение 3. Линия разделения потоков в режиме КЗ проходит внутри стержня первичной обмотки. Следовательно, формулу для определения δ_{00}^a можно получить из анализа выражения

для $\dot{A}_{leg}^a(x)$ в режиме КЗ b -обмотки, что дает (рис. 2,а и б)

$$\frac{\delta_{00}^a}{D_{leg}} = 1 - 3 \frac{\Delta_a + a/2}{2b + 3(\delta + a + \Delta_a + \Delta_b)}. \quad (38)$$

В нашем примере

$$\frac{\delta_{00}^a}{D_{leg}} = 1 - 3 \frac{0,15 + 0,06/2}{2 \cdot 0,04 + 3(0,05 + 0,06 + 0,15 + 0,15)} = 0,5878 \text{ м},$$

что совпадает с (37).

Главное свойство $AE\Phi$ -инвариантной поверхности. Из *Утверждения 2* вытекает, что в случае, если первичной будет b -обмотка, то $AE\Phi$ -инвариантная поверхность будет в a -стержне. Формулу для определения ее положения от его внутреннего края можно найти, поменяв в (34) местами буквы a и b :

$$\frac{\delta_0^b}{D_{leg}} = 1 - 3 \frac{\Delta_a + a/2}{2b + 3(\delta + a + \Delta_b + \Delta_a)}. \quad (39)$$

При этом оказывается, что правые части (39) и (38) совпадают. Из *Утверждения 3* также следует, что в этом случае линия разделения потоков в режиме КЗ a -обмотки будет находиться в b -стержне и формула для определения ее расстояния от его внутреннего края (δ_{00}^b) может быть получена переменной местами букв a и b в (38):

$$\frac{\delta_{00}^b}{D_{leg}} = 1 - 3 \frac{\Delta_b + b/2}{2a + 3(\delta + b + \Delta_b + \Delta_a)}. \quad (40)$$

Как видно, теперь правые части (40) и (34) совпадают. Таким образом,

$$\frac{\delta_{00}^b}{D_{leg}} = \frac{\delta_0^a}{D_{leg}}; \quad \frac{\delta_{00}^a}{D_{leg}} = \frac{\delta_0^b}{D_{leg}}, \quad (41)$$

что в дополнение к предыдущему утверждению, означает следующее.

Утверждение 4. Поверхность разделения потоков в режиме КЗ b -обмотки совпадает с $AE\Phi$ -инвариантной поверхностью a -обмотки (и наоборот).

С учетом смысла $AE\Phi$ -инвариантностей передаваемая активная мощность может быть выражена через произведение охватываемых ими потоков [9].

$AE\Phi$ -инвариантные поверхности при чисто активных нагрузках. Предыдущие четыре утверждения сформулированы независимо от характера нагрузки. Однако, как показывают кривые на рис.2,б для модуля функции потока $\Phi = \left| \dot{\Phi} \right|$ (а вместе с ним и

для модулей величин $A = |\dot{A}|$, $E = |\dot{E}|$, при чисто активных нагрузках ($Z_{load} \equiv R_{load}$) образуются две инвариантные поверхности.

Утверждение 5. При чисто активной нагрузке на b -обмотке ($Z_{load} \equiv R_{load}$) в дополнение к основной $AE\Phi$ -инвариантной плоскости (находящейся во вторичном стержне и характеризуемой значением δ_0^a) имеет место еще одна $|AE\Phi|$ -инвариантная по модулю величин $A = |\dot{A}|$, $E = |\dot{E}|$ и $\Phi = |\dot{\Phi}|$ плоскость внутри стержня первичной обмотки на расстоянии $\delta_{inv(R_b)}^a$ от его внутреннего края, т.е. при

$$x \rightarrow x_{inv(R_b)}^a = x_4 - \delta_{inv(R_b)}^a. \quad (42)$$

Индекс $inv(R_b)$ читается как $|AE\Phi|$ -инвариантность относительно нагрузки R_b . В рассматриваемом примере (рис. 2,б)

$$\delta_{inv(R_b)}^a = 0,7891 D_{leg}; \quad \dot{\Phi} \Big|_{x=x_4 - \delta_{inv(R_b)}^a} / \dot{\Phi}_0 = 0,2109. \quad (43)$$

Доказательство и вывод формулы для $\delta_{inv(R_b)}^a$ существенно упрощается, если учесть, что через точку $x = x_4 - \delta_{inv(R_b)}^a$ проходят также кривая х.х. ($\dot{I}_b = \dot{I}_a = 0$) и кривая модуля функции потока при КЗ ($\dot{U}_b = 0$, $\dot{I}_a = \dot{U}_a / j\omega L_{sh}$). Отсюда следует, что для определения этой точки можно воспользоваться уравнением

$$\left| A_{leg}^a(x) \right|_{\dot{I}_b=0} = \left| A_{leg}^a(x) \right|_{\dot{U}_b=0}, \quad (44)$$

которое преобразуется к виду:

$$\left| \frac{\dot{U}_a(x-x_3)}{j\omega D_{leg}} \right| =$$

$$\left| \frac{\dot{U}_a(x-x_3)}{j\omega D_{leg}} + \left(-L_{\Delta a} - \frac{3L_a}{4} + \frac{L_a(x-x_3)}{2 D_{leg}} \right) \frac{\dot{U}_a}{j\omega L_{sh}} \right|,$$

что сводится к паре уравнений

$$\pm \frac{(x-x_3)}{D_{leg}} = -\frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}} - \frac{3L_a}{4L_{sh}} + \left(1 + \frac{L_a}{2L_{sh}} \right) \frac{(x-x_3)}{D_{leg}},$$

из которых физический смысл имеет уравнение со знаком минус в левой части. Решение его с учетом замены $x - x_3 = (x_4 - \delta_{inv(R_b)}^a) - x_3 = D_{leg} - \delta_{inv(R_b)}^a$ принимает вид:

$$\frac{\delta_{inv(R_b)}^a}{D_{leg}} = 1 - \frac{\frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}} + \frac{3L_a}{4L_{sh}}}{2 + \frac{L_a}{2L_{sh}}} = \frac{2 - \frac{L_{\Delta a}}{L_{sh}} - \frac{L_a}{4L_{sh}}}{2 + \frac{L_a}{2L_{sh}}};$$

$$\frac{\Phi_{leg}^a}{\Phi_0} \Big|_{x=x_4 - \delta_{inv(R_b)}^a} = 1 - \frac{\delta_{inv(R_b)}^a}{D_{leg}}. \quad (45)$$

В нашем примере

$$\frac{\delta_{inv(R_b)}^a}{D_{leg}} = \frac{2 - 0,36 - \frac{0,096}{4}}{2 + \frac{0,096}{2}} = 0,7891;$$

$$\frac{\Phi_{leg}^a}{\Phi_0} \Big|_{x=x_4 - \delta_{inv(R_b)}^a} = 1 - 0,7891 = 0,2109,$$

что совпадает с (43). В геометрических величинах имеем:

$$\frac{\delta_{inv(R_b)}^a}{D_{leg}} = 1 - \frac{3(\Delta_a + a/2)}{5a + 4b + 6(\delta + \Delta_b + \Delta_a)}. \quad (46)$$

Утверждение 5 представляет собой частный случай более общих теорем относительно нагрузок $Z_{load} = R_b + jX_b$ с фиксированным значением. Будем $AE\Phi$ -инвариантность по модулю величин $A = |\dot{A}|$, $E = |\dot{E}|$ и $\Phi = |\dot{\Phi}|$ относительно активной составляющей нагрузки R_b называть $|AE\Phi|$ -инвариантностью.

Утверждение 6. В дополнение к основной $AE\Phi$ -инвариантной плоскости (находящейся во вторичном стержне и характеризуемой значением δ_0^a) образуется дополнительная $|AE\Phi|$ -инвариантная плоскость, находящаяся внутри стержня первичной обмотки

$$\frac{\delta_{inv(R_b)}^a}{D_{leg}} = 1 - \frac{3\left(\Delta_a + \frac{a}{2}\right)}{2\left[\left(1 + \frac{X'_b}{X_{sh}}\right)(2(a+b) + 3(\delta + \Delta_a + \Delta_b)) + \frac{a}{2}\right]} \quad (47)$$

при условии, что фиксированное значение X'_b находится в пределах

$$X'_b > \left(-1 + \frac{\frac{3}{2}\Delta_1 - \frac{a}{4}}{2(a+b) + 3(\delta + \Delta_1 + \Delta_2)} \right) X_{sh}. \quad (48)$$

Положение $|AE\Phi|$ -инвариантной плоскости в первичном стержне внутри a -обмотки

Нагрузка $R'_b + jX'_b$ при $X'_b = \text{const}$, Ом	Координата $ AE\Phi $ -плоскости $x_{inv}^a(R_b)$, м	Расстояние $\delta_{inv}^a(R_b) = x_4 - x_{inv}^a(R_b)$ от внутреннего края первичного стержня, м	$\frac{\delta_{inv}^a(R_b)}{D_{leg}}$	$\frac{\Phi_{leg}^a}{\Phi_0} \Big _{x=x_4 - \delta_{inv}^a(R_b)} = 1 - \frac{\delta_{inv}^a(R_b)}{D_{leg}}$
$R'_b + j(-0,808X_{sh})$	$\rightarrow x_4 = 0,67$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 1$
$R'_b + j(-0,5X_{sh})$	0,4173	0,2527	0,5877	0,4122
$R'_b + j0$	0,3307	0,3393	0,7891	0,2109
$R'_b + jX_{sh}$	0,2859	0,3841	0,8933	0,1067
$R'_b + j2X_{sh}$	0,2707	0,3993	0,9286	0,0714
$R'_b + j\infty$	$\rightarrow x_3 = 0,24$	$\rightarrow D_{leg} = 0,43$	$\rightarrow 1$	$\rightarrow 0$

Очевидно, (46) есть частный случай (47) для $X'_b = 0$. Для рассматриваемого примера правая часть (48) равна $(-0,808X_{sh})$. Значения величин $\delta_{inv}^a(R_b)$ для нескольких значений $X'_b > -0,808X_{sh}$ представлены в табл. 3.

Примечание 3. $|AE\Phi|$ -инвариантные плоскости, возбуждаемые током первичной a -обмотки, могут также оказаться во вторичном стержне при фиксированных значениях X'_b , обратных условию (48). Например, при $Z_{load} = R'_b - j0,809$ координата $x_{inv}^a(R_b) = 1,2134 \text{ м} > x_9$, т.е. находится в пределах вторичного стержня, при этом

$$\frac{\Phi_{leg}^b}{\Phi_0} \Big|_{x=x_4 - \delta_{inv}^a(R_b)} = 0,2712.$$

Формулы для координат этих плоскостей могут быть получены на основе анализа выражения $\dot{A}_{leg}^b(x)$.

Распределение вектора Пойнтинга. На рис. 3 построены кривые распределения относительных значений активной ($\underline{\Pi}_{Re}(x)$) и реактивной ($\underline{\Pi}_{Im}(x)$) составляющих вектора Пойнтинга для нашего примера, полученные с использованием формул табл. 2 в соответствии с соотношением

$$\dot{\Pi}(x) \equiv \underline{\Pi}_{Im}(x) + j\underline{\Pi}_{Re}(x) = \frac{\dot{E}\dot{H}}{\Pi_0} = \frac{-j\omega\dot{A}(x)\dot{H}}{z_1 I_a^2 / (hl_0)}, \quad (49)$$

причем базовое значение величины Π_0 принято равным

$$\Pi_0 = \frac{U_a I_a}{hl_0} = \frac{z_1 I_a^2}{hl_0}, \quad (50)$$

где

$$z_1 = \sqrt{R_{load}'^2 + (X'_{load} + x_{sh})^2}.$$

Рассматривается активно-индуктивная нагрузка в случае $\varphi_{load} = 60^\circ$ и $R'_{load} = x_{sh}$, при которой

$$X'_{load} = R'_{load} \text{tg} \varphi_{load} = x_{sh} \sqrt{3};$$

$$z_1 = x_{sh} \sqrt{5 + 2\sqrt{3}} = \omega L_{sh} \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}.$$

Из графиков рис. 3 следует:

$$\underline{\Pi}_{Im}(x_1) = 0,1237; \quad \underline{\Pi}_{Im}(x_5) = 0,7823;$$

$$\underline{\Pi}_{Im}(x_6) = 0,7411; \quad \underline{\Pi}_{Im}(x_{12}) = 0,1237;$$

$$\underline{\Pi}_{Re}(x_1) = 0; \quad \underline{\Pi}_{Re}(x_5) = 0,3437; \quad \underline{\Pi}_{Re}(x_6) = 0,3437;$$

$$\underline{\Pi}_{Re}(x_{12}) = 0.$$

Исходя из физического смысла величины $\underline{\Pi}_{Im}(x_1)$ ее можно получить из следующих расчетов:

$$\underline{\Pi}_{Im}(x_1) = \frac{Q_{\Delta a}}{U_a I_a} = \frac{\omega L_{\Delta a} I_a^2}{z_1 I_a^2} = \frac{\omega L_{\Delta a}}{\omega L_{sh} \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} =$$

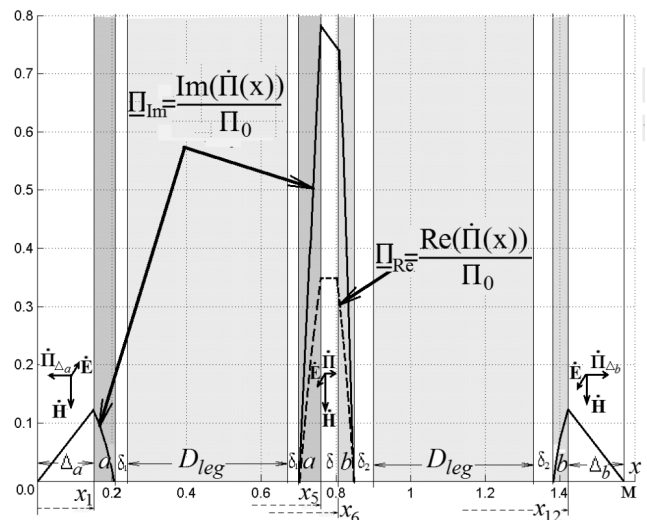


Рис. 3. Распределение реальной и мнимой составляющих вектора Пойнтинга для рассматриваемого примера при $\cos \varphi_{load} = 1/2$ (или $\varphi_{load} = 60^\circ$)

$$= \frac{0,36}{\sqrt{5+2\sqrt{3}}} = 0,1237.$$

Аналогично

$$\underline{\Pi}_{\text{Im}}(x_5) = \frac{(L_\delta + L'_b + L_{\Delta b}) + L'_{\text{load}}}{L_{sh} \sqrt{5+2\sqrt{3}}};$$

$$\underline{\Pi}_{\text{Im}}(x_6) = \frac{(L'_b + L_{\Delta b}) + L'_{\text{load}}}{L_{sh} \sqrt{5+2\sqrt{3}}}.$$

Для активной составляющей вектора Пойнтинга:

$$\begin{aligned} \underline{\Pi}_{\text{Re}}(x_5) &= \underline{\Pi}_{\text{Re}}(x_6) = \frac{P}{U_a I_a} = \frac{R'_b I_a^2}{z_1 I_a^2} = \\ &= \frac{R'_b}{X_{sh} \sqrt{5+2\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{3}}} = 0,3437, \end{aligned}$$

что согласуется с Утверждением 1. Мощность, затрачиваемая на проход вектора Пойнтинга сквозь первичную обмотку:

$$\frac{\Delta Q_a}{U_a I_a} = \frac{\omega L_a}{z_1} = \frac{\omega L_a}{\omega L_{sh} \sqrt{5+2\sqrt{3}}} = \frac{0,096}{\sqrt{5+2\sqrt{3}}} = 0,0330.$$

Расчеты удовлетворяют закону сохранения энергии, принимающему вид:

$$\sqrt{\left(\frac{\Delta Q_a}{U_a I_a} + \underline{\Pi}_{\text{Im}}(x_5) + \underline{\Pi}_{\text{Im}}(x_6) \right)^2} + (\underline{\Pi}_{\text{Re}}(x_5))^2 = 1. \quad (51)$$

Соотношение (51) отвечает на некоторые вопросы, поставленные автором [10].

Заключение. Использованное здесь и в предыдущих частях работы объяснение принципа действия трансформатора через вектор Пойнтинга адекватно идее о «самоорганизации» процесса движения энергии в нем от первичной обмотки к вторичной через коридор между ними в любых установившихся и переходных режимах. Это означает, что работа

трансформатора (саморегулирование его состояния) происходит по правилам, не совместимым со смыслом считающихся важнейшими (а в действительности являющихся несостоятельными) ряда изначальных понятий, начиная с понятия о «токе намагничивания», оказавшемся по существу показателем степени некачественности стали, и связанных с ним представлений об «общем потоке», потоке «рассеяния обмотки» и др. Плодотворность нового подхода доказана открытиями важнейших свойств трансформаторов, играющих ключевую роль в его работе, в том числе анализе магнитных перегрузок в аномальных условиях, что наглядно продемонстрировано в публикуемой работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Васютинский С.В.** Вопросы теории и расчета трансформаторов. М.: Энергия, Ленинградское отделение, 1970, 432 с.
2. **Рыськова З.А., Федоров П.Д., Жимерова В.И.** Трансформаторы для электрической контактной сврки. Л.: Энергоаомиздат, 1990, 424 с.
3. **Сергеенков Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А.** Электрические машины. Трансформаторы/Под ред. И.П. Копылова. М.: Высшая школа, 1989, 352 с.
4. **Kulcarni S.V., Khaparde S.A.** Transformer Engineering: Desine and Practice, CRC Press, Boca Raton, Fl, 2004, 467 p.
5. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины, т. 1. М.: Издательский дом МЭИ, 2006, 652 с.
6. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 2. – Электричество, 2014, № 10, с. 53–65.
7. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 3. «Анатомия» трансформатора. – Электричество, 2017, № 3, с. 37–49.
8. **Шакиров М.А., Ткачук А.А.** Ф-инвариантные поверхности в обмотках броневое двухобмоточного трансформатора. – Известия ПГУПС, 2018, вып. 4, с. 643–659.
9. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора. Часть 8. Чередующиеся обмотки. – Электричество, 2019, № 10, с. 10–20.
10. **Малыгин В.М.** Локализация потока энергии в трансформаторе (по поводу статьи М.А.Шакирова, Электричество, 2014, № 9 и 10). – Электричество, 2015, № 4, с. 60–65.

[03.07.2019]

А в т о р: **Шакиров Мансур Акмелович** – доктор техн. наук, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, докторскую диссертацию защитил в 1980 г.

The Poynting Vector and New Theory of a Transformer. Part 9. Placement of Windings on Different Magnetic Circuit Limbs

SHAKIROV Mansur A. (Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

It is shown that in a transformer with windings placed on different limbs of its magnetic circuit, the load active and reactive power are transmitted only by the winding halves arranged in the transformer aperture. In the areas where the winding external parts (outside the aperture boundaries) are located, the Poynting

vector is a purely reactive quantity. In view of this finding, the approach according to which the operation of power transformers is explained by considering a transformer with the high- and low-voltage windings placed on different magnetic core limbs leads to a distorted picture of the physical processes in them. For transformers with windings spaced apart from each other, it is more convenient to use universal 6T equivalent circuits means that, first, they reflect all magnetic fluxes in the iron and in the transformer aperture and, second, that they can be used to analyze both steady-state conditions and transients. The validity of all statements formulated in the article is confirmed by the vector potential and flux function distribution patterns within the transformer boundaries. This approach makes it possible to obtain a clear explanation of the occurrence of superfluxes and antifixes (in comparison with the no-load flux) in the limbs with the short-circuited state of one of the windings, which play the key role in estimating the electrodynamic withstand capacity of transformers.

Key words: transformer, magnetic flux, equivalent circuit, short circuit, Poynting vector, vector potential, no-load operation

REFERENCES

1. **Vasyutinsky S.V.** *Voprosy teorii i rascheta transformatorov* (Questions of theory and calculation of transformers). Moscow, Energiya (Leningrad branch), 1970, 432 p.
2. **Rys'kova Z.A., Fedorov P.D., Zhimerova V.I.** *Transformatory dlya elektricheskoi kontaktnoi svarki* (Transformers for electrical contact welding). Leningrad, Energoatomizdat, 1990, 424 p.
3. **Sergeyenko B.H., Kiselev V.M., Akimova N.A.** *Elektricheskiye mashiny. Transformatory* (Electrical machines. Transformers) / Edit. by I.P. Kopylov. Moscow, Vysshaya shkola, 1989, 352 p.
4. **Kulcarni S.V., Khaparde S.A.** *Transformer Engineering: Desine and Practice*, CRC Press, Boca Raton, FL, 2004, 467 p.
5. **Ivanov-Smolensky A.V.** *Elektricheskiye mashiny, tom 1* (Electrical machines, vol. 1). Moscow, Publ. House of MPEI, 2006, 652 p.
6. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 10, pp. 53–65.
7. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 3, pp. 37–49.
8. **Shakirov M.A., Tkachuk A.A.** *Izvestiya PGUPS – in Russ. (News of St. Petersburg State University of Railway Engineering)*, 2018, iss. 4, pp. 643–659.
9. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2019, No. 10, pp. 10–20.
10. **Malygin V.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 4, pp. 60–65.

[03.07.2019]