

О неадекватности модели трёхфазного мостового выпрямителя при кусочно-линейной аппроксимации характеристик вентиляей

САПАЕВ Х.Б., МОЧАЛОВ А.И., УМАРОВ Ш.Б.

На примере дискретной модели трёхфазного неуправляемого выпрямителя рассматривается особый случай, раскрывающий механизм появления неадекватного результата при кусочно-линейной аппроксимации характеристик полупроводниковых вентиляей. В процессе анализа напряжений на вентиляях в режиме запертого трёхфазного моста обнаружено, что при определённых соотношениях значений противоЭДС нагрузки и амплитуды линейной ЭДС сети в любой момент времени напряжение на одном из вентиляей запертого моста положительно, в то время как на всех других вентиляях моста напряжения отрицательны. Как следствие, в дискретной модели возникают колебания смены состояния вентиля, не характерные для работы реальной схемы. Выявлены причины неадекватности кусочно-линейных моделей физическим представлениям о работе схемы и указаны последствия, возникающие при этом в дискретных моделях выпрямителей. Даны рекомендации о путях устранения причин неадекватного моделирования.

К л ю ч е в ы е с л о в а: трёхфазный мостовой выпрямитель, кусочно-линейная аппроксимация, неадекватность модели, полупроводниковый вентиль, метод узловых потенциалов, эквивалентная схема

Принято считать, что в трёхфазном мостовом выпрямителе (рис. 1) вентиля проводят ток парами – по одному из катодной и анодной групп. Рассмотрим режим работы выпрямителя на противо-ЭДС. В каждый момент времени в состоянии «включено» находится та пара вентиляей, на которую подаётся положительное напряжение (один вентиль из катодной группы $V_1-V_3-V_5$ и один из анодной группы $V_4-V_6-V_2$). Если напряжение, прикладываемое к любой из пар вентиляей, отрицательно, то имеет место режим запертого моста. В физических моделях трёхфазных выпрямителей, работающих на противоЭДС, режим запертого моста определяется неравенством:

$$U_0 > E_{лм}, \quad (1)$$

где U_0 – постоянное напряжение нагрузки; $E_{лм}$ – амплитуда линейного напряжения трёхфазной сети. При этом напряжение на любой паре вентиляей моста отрицательно, в связи с чем все вентиля находятся в состоянии «выключено» [1].

В имитационных же моделях, когда вентиля представлены кусочно-линейными дискретными моделями, наблюдаются ситуации, в которых при выполнении условия (1) в определенные интервалы времени каждый из вентиляей поочередно может оказаться под положительным напряжением. Эта ситуация рассматривается ниже как «особый режим», проявляющийся в модели трёхфазного мос-

тового выпрямителя при кусочно-линейной аппроксимации характеристик вентиляей [2].

Цель настоящей работы – установление причин появления «особого режима», приводящих к неадекватности имитационных моделей трёхфазных мостовых схем, определение соотношений между U_0 и $E_{лм}$ и интервалов времени появления положительных напряжений в каждом из вентиляей мостовой схемы, а также выработка рекомендаций по устранению этих причин.

Для построения дискретной кусочно-линейной модели схемы (рис. 1) примем следующие условия: допустим, что в схеме могут использоваться кремниевые выпрямительные диоды; характеристики реальных диодов представим кусочно-линейной аппроксимацией, вид которой приведён на рис. 2; в качестве базисных параметров для формирования модели вентиля примем сведения, приведенные в информационно-справочной литературе [3, 4]; вычислительный процесс осуществляется с переменным шагом [5].

Принцип работы вентиля сводится к следующему. Вентиль переходит в состояние «включено», если прямое напряжение анод–катод больше порогового значения $U_{п}$. В этом состоянии через открытый прибор может протекать большой анодный ток. Вентиль переходит в состояние «выключено», когда анодный ток спадает до нуля.

С учётом принятой кусочно-линейной аппроксимации характеристик вентиляей (рис. 2) режиму

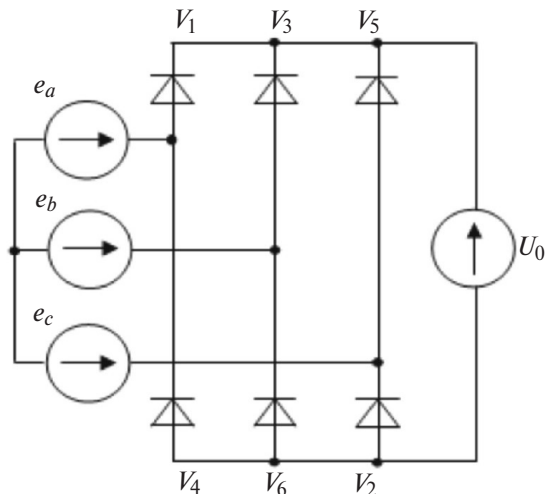


Рис. 1. Схема трехфазного мостового выпрямителя при работе на противоЭДС U_0

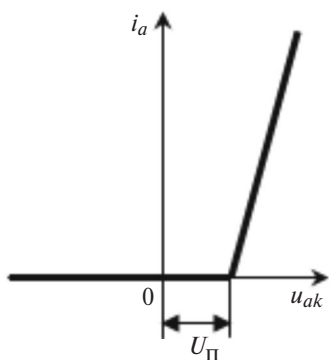


Рис. 2. Принятая кусочно-линейная аппроксимация характеристики вентиля

запертого моста соответствует эквивалентная схема, полученная заменой вентиляей ключами, находящимися в состоянии «выключено» (рис. 3,а). Корректный расчёт напряжений разомкнутых ключей в такой схеме не представляется возможным. Поэтому переходим к расчётной схеме рис. 3,б, заменив разомкнутые ключи одинаковыми по значению сопротивлениями и введя эквивалентные линейные источники вместо фазных ЭДС.

Вычислим аналитически мгновенные значения напряжений на вентилях. С учетом (1) в расчётах будем использовать линейные источники сетевого напряжения. При соединении сетевого источника по типу «звезда» линейное напряжение связано с фазным соотношением $E_{лм} = \sqrt{3}E_{\phi}$. Пусть мгновенные значения напряжений фаз симметричной сети подчиняются соотношениям:

$$\begin{aligned} e_a(t) &= E_{\phi m} \sin \omega t; \\ e_b(t) &= E_{\phi m} \sin(\omega t - 2\pi/3); \\ e_c(t) &= E_{\phi m} \sin(\omega t - 4\pi/3), \end{aligned} \quad (2)$$

тогда линейные напряжения сети будут изменяться в соответствии с выражениями:

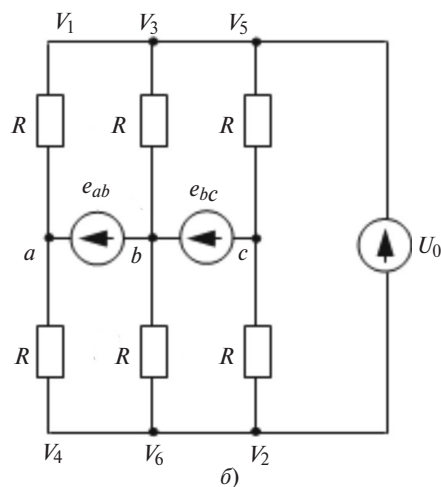
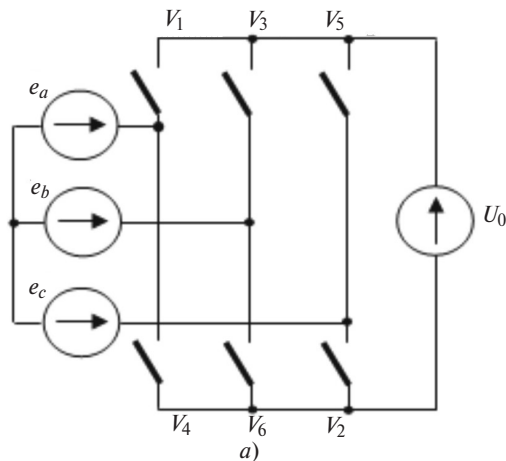


Рис. 3. Эквивалентная схема выпрямителя с разомкнутым мостом: а – вентили заменены разомкнутыми ключами; б – вентили заменены сопротивлениями

$$\begin{aligned} e_{ab}(t) &= E_{лм} \sin(\omega t + \pi/6); \\ e_{bc}(t) &= E_{лм} \sin(\omega t - \pi/2); \\ e_{ca}(t) &= E_{лм} \sin(\omega t - 7\pi/6). \end{aligned} \quad (3)$$

Для упрощения вычислений применяется метод, основанный на действиях с комплексными числами [6]. При этом оригиналам линейных напряжений будут соответствовать их комплексные изображения в показательной и алгебраической формах:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{ab} &= E_{лм} e^{j(30^\circ)} = E_{лм} (0,866 + j0,5); \\ \dot{E}_{bc} &= -jE_{лм}; \\ \dot{E}_{ca} &= E_{лм} (-0,866 + j0,5). \end{aligned} \quad (4)$$

Расчётная схема приведена на рис. 4,а. Используя метод узловых потенциалов, идеальные источники ЭДС распределяем по ветвям цепи, в которых имеются сопротивления. Этот приём позволяет сократить число уравнений. В результате преобразований получаем окончательный вариант расчётной схемы, представленный на рис. 4,б. Как видно, в ней всего два узла 0 и 1.

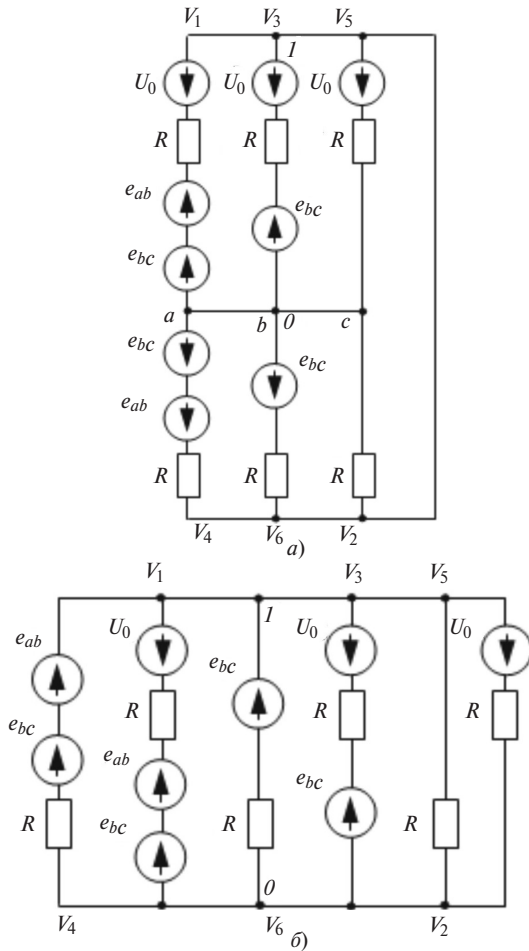


Рис. 4. Эквивалентная расчётная схема: а — с идеальными источниками, распределёнными по ветвям с R; б — в нормализованном виде

Приравняв нулю потенциал узла 0, вычислим φ_1 — неизвестный потенциал узла I. Составляем алгебраическое уравнение в комплексной форме и применяем принцип суперпозиции:

$$\begin{aligned} &(g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6)\dot{\varphi}_1 = \\ &= (g_1 + g_3 + g_5)(-U_0) + (g_1 + g_4)\dot{E}_{ab} + \\ &+ (g_1 + g_4 + g_3 + g_6)\dot{E}_{bc}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $U_0 = \text{const}$; $\dot{E}_{ab}, \dot{E}_{bc}$ — комплексные представления линейных напряжений сети; $g_1 = g_2 = g_3 = g_4 = g_5 = g_6 = G = 1/R$.

С учётом равенства всех проводимостей (5) можно переписать в виде:

$$6G\dot{\varphi}_1 = -3GU_0 + 2G\dot{E}_{ab} + 4G\dot{E}_{bc}, \quad (6)$$

откуда

$$\dot{\varphi}_1 = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{1}{3}\dot{E}_{ab} + \frac{2}{3}\dot{E}_{bc}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что значение потенциала $\dot{\varphi}_1$ не зависит от R, а определяется соотношением значе-

ний напряжения нагрузки и линейных напряжений сети. Постоянное значение напряжения нагрузки U_0 создаёт сдвиг по уровню относительно временной оси потенциала $\dot{\varphi}_1$, изменяющегося по закону синуса.

Определим значения напряжений вентилях. Используя (7) и эквивалентную схему (рис. 4), найдём напряжение вентиля V_1 :

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{\varphi}_1 - U_0 + \dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} = \frac{1}{2}U_0 - \frac{1}{3}\dot{E}_{ab} - \frac{2}{3}\dot{E}_{bc} - \\ &- U_0 + \dot{E}_{ab} + \dot{E}_{bc} = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{2}{3}\dot{E}_{ab} + \frac{1}{3}\dot{E}_{bc} = \\ &= -\frac{1}{2}U_0 + \frac{2}{3}E_{\text{лм}}(0,866 + j0,5) + \frac{1}{3}(-jE_{\text{лм}}) = \\ &= -\frac{1}{2}U_0 + \frac{2}{3}E_{\text{лм}}(0,866 + j0,5) + \frac{1}{3}(-jE_{\text{лм}}) = \\ &= -\frac{1}{2}U_0 + \frac{2}{3}E_{\text{лм}}0,866e^{j0} = -\frac{1}{2}U_0 + 0,577E_{\text{лм}}e^{j0} = \\ &= -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}e^{j0}. \end{aligned}$$

Переходя от изображения к оригиналу, получаем:

$$u_1(t) = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin \omega t, \quad (8)$$

Из (8) следует, что напряжение на вентиле V_1 изменяется подобно напряжению фазы a сети, т.е. с относительным сдвигом уровня вниз на $\frac{1}{2}U_0$. Используя принятую методику, получаем аналитические выражения напряжений для вентилях $V_2 \div V_6$:

$$u_2(t) = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - \pi/3); \quad (9)$$

$$u_3(t) = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - 2\pi/3); \quad (10)$$

$$u_4(t) = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - \pi); \quad (11)$$

$$u_5(t) = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t - 4\pi/3); \quad (12)$$

$$u_6(t) = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin(\omega t + \pi/3). \quad (13)$$

На рис. 5 приведены диаграммы напряжений на вентилях запятого моста, соответствующие (8)–(13) для случая, когда вместо вентилях используются резисторы, сопротивления которых одина-

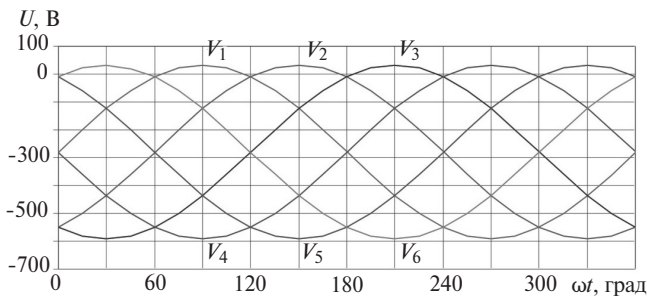


Рис. 5. Диаграммы напряжений на вентилях закрытого моста в «особом режиме»

ковы (рис. 3,б). Как видно из диаграмм рис. 5, в течение периода изменения сетевого напряжения на каждом из вентилях поочередно появляется и существует положительное напряжение определенной длительности, в то время как на всех других вентилях моста напряжения отрицательны. Это явление мы называем «особым режимом». Определим условия его существования.

Диаграммы на рис. 5 приведены для напряжения $U_0 = 560$ В (что соответствует значению $U_0/E_{\text{лм}} = 1,04$). Значение $U_0 = 560$ В выбрано для вычислительного эксперимента исходя из того, что оно близко к $U_{\text{лм}}$, при этом ширина зоны «особого режима» и значение прямого напряжения на венти́ле весьма значительны и удобны для наблюдения. Здесь приняты следующие значения сетевых напряжений: действующее фазное $U_{\text{ф}} = 220$ В, амплитудное фазное $U_{\text{фм}} = \sqrt{2}U_{\text{ф}}$; при соединении звездой максимальное линейное напряжение $U_{\text{лм}} = \sqrt{3}U_{\text{фм}}$.

В качестве функции цели выберем напряжение вентиля V_1 и определим, при каких условиях (8) принимает положительные значения в режиме закрытого моста:

$$u_1(t) = -\frac{1}{2}U_0 + \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin\omega t > 0 \text{ или } \frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin\omega t > \frac{1}{2}U_0.$$

Примем $\sin\omega t = 1$, тогда $\frac{2E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}} > U_0$, откуда $U_0 < 1,15E_{\text{лм}}$. При заданном значении $E_{\text{лм}}$ каждому уровню U_0 соответствует некоторое минимальное значение аргумента ωt , при котором возникает «особый режим». Назовём его критическим углом «особого режима» и обозначим $\omega_{\text{кр}}$. Например, значению $U_0 = 1,15E_{\text{лм}}$ соответствует $\omega_{\text{кр}} = \pi/2$, т.е. «особый режим» вентиля V_1 существует в одной точке процесса, определяемой моментом окончания четверти периода.

Из (8) для момента перехода $u_1(t)$ через нуль определяем $\frac{E_{\text{лм}}}{\sqrt{3}}\sin\omega t = \frac{1}{2}U_0$; $\sin\omega t_{\text{кр}} = 0,866 \frac{U_0}{E_{\text{лм}}}$, откуда

находим зависимость значения аргумента $\omega t_{\text{кр}}$ от отношения $\frac{U_0}{E_{\text{лм}}}$ в виде $\omega t_{\text{кр}} = \arcsin\left(0,866 \frac{U_0}{E_{\text{лм}}}\right)$. В результате

при соблюдении условия $E_{\text{лм}} < U_0 < 1,15E_{\text{лм}}$ имеем неравенство, характеризующее область значений аргумента в зоне «особого режима»: $0,866 < \sin\omega t < 1$.

Равенство $U_0 = E_{\text{лм}}$ соответствует минимальному значению U_0 , при котором наблюдается режим закрытого моста. Меньшие значения U_0 не представляют для нас интереса, поскольку схема переходит в нормальный рабочий режим, когда прямой ток одновременно протекает через пару вентиляй. При условии $U_0 = E_{\text{лм}}$ из (8) получаем $\sin\omega t = 0,866$, откуда $\omega t = \arcsin(0,866)$ и аргумент может принимать значения $\omega t = \pi/3$, $\omega t = 2\pi/3$. Это означает, что в течение периода для вентиля V_1 существует интервал $\pi/3 < \omega t < 2\pi/3$, который определяет максимальную ширину зоны «особого режима» в угловом измерении. Середина зоны приходится на значение аргумента $\omega t = \pi/2$. Таким образом, ширина зоны определяется удвоенной разностью $\Delta\omega t = 2(\pi/2 - \omega_{\text{кр}})$, где $\omega_{\text{кр}}$ — критический угол. При $U_0 > E_{\text{лм}}$ ширина зоны «особого режима» в угловом измерении постепенно сужается по мере роста U_0 , достигая нулевого уровня при значении $U_0 = 1,15E_{\text{лм}}$.

На рис. 6 представлен график, позволяющий определить ширину зоны «особого режима» в градусной мере относительно точки симметрии $\omega t = 90^\circ$. Из рис. 6 следует, что при $U_0 = 1,15E_{\text{лм}}$ «особый режим» существует только в точке симметрии 90° , а при значении $U_0 = E_{\text{лм}}$ — в интервале от 60° до 120° .

На рис. 7 представлена диаграмма, наглядно демонстрирующая характер сужения ширины зоны «особого режима» (в градусах) по мере роста отношения $U_0/E_{\text{лм}}$ от 1 до 1,15. Видно, что максимальная ширина зоны в 60° имеет место при $U_0/E_{\text{лм}} = 1$ и достигает нуля при $U_0/E_{\text{лм}} > 1,15$.

В результате расчёта эквивалентной схемы, где вентили заменены линейными сопротивлениями,

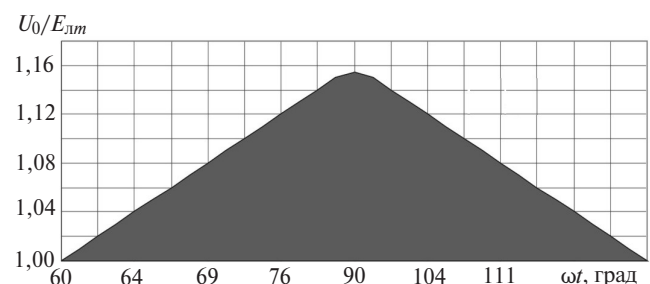


Рис. 6. График для определения ширины зоны «особого режима» в угловом измерении относительно точки симметрии 90°

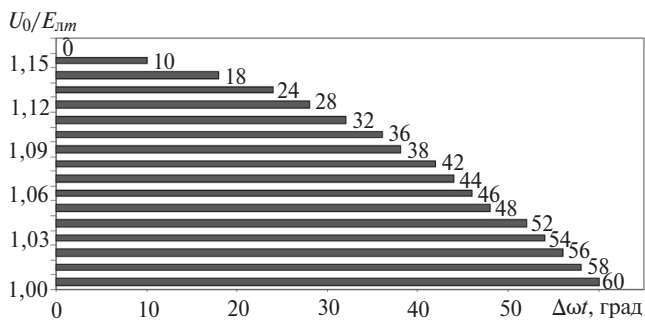


Рис. 7. Диаграмма изменения ширины зоны «особого режима» при различных отношениях $U_0 / E_{лм}$

выясняется, что в режиме запертого моста при определенном соотношении между ЭДС нагрузки и амплитудой линейного напряжения периодически на каждом вентиле в определенные временные интервалы формируется большое положительное напряжение, тогда как на других вентилях моста напряжения отрицательные.

Таким образом, линейризация характеристики полупроводникового вентиля является первой причиной неадекватности модели запертого моста. Как следствие, применение кусочно-линейной аппроксимации приводит к тому, что в дискретной модели «особого режима» запертого вентиля моста напряжения на отдельных вентилях становятся положительными и большими по значению в отсутствие условий для протекания тока, что противоречит физическим представлениям о работе схемы.

Вторая причина неадекватности имитационной модели объясняется формальным использованием критериев включения и выключения вентиля в рамках кусочно-линейного подхода. Следуя логике работы кремниевого ключа в имитационной модели цепи и учитывая пошаговый характер вычислительного процесса, на очередном шаге расчёта вентиль с положительным напряжением должен перейти в состояние «включено». Однако на следующем шаге выясняется, что путь для протекания тока через запертый мост отсутствует. При токе, меньшем тока удержания, вентиль переводится в состояние «выключено». На следующем шаге ситуация повторяется и вентиль с положительным напряжением переводится в состояние «включено» и т.д. Таким образом, в дискретной модели возникает колебательный процесс, продолжительность которого зависит от соотношения между U_0 и $E_{лм}$.

Колебательный процесс прекратится, когда, изменяясь естественным путём, мгновенное значение линейного напряжения достигнет такого уровня, при котором схема выйдет из «особого режима».

Отрицательное следствие таких колебаний — резкое снижение производительности многошагового вычислительного процесса, так как после очередного переключения вентиля изменяется структура цепи и система моделирования начинает новый интервал с минимального шага расчёта. С учётом того, что длительность интервала «особого режима» может быть довольно большой, необходимо сделать много мелких шагов до окончания колебательного процесса.

Говоря о путях устранения причин неадекватного моделирования в «особом режиме» вентильного моста, необходимо отметить следующее. Нельзя формально переносить в дискретную модель свойства и принципы работы вентиля, взятые из справочников. В данной работе показано, к каким отрицательным последствиям это приводит. Справочные данные о полупроводниковых приборах следует адаптировать к особенностям формирования и использования дискретной модели так, чтобы сделать её адекватной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гельман М.В., Дудкин М.М., Преображенский К.А. Преобразовательная техника: Учебное пос. Челябинск: Издательский Центр Южно-Уральского государственного университета, 2009, 425 с.
2. Сапаев Х.Б., Мочалов А.И. Особый режим в кусочно-линейной модели трехфазного мостового выпрямителя. — Проблемы энерго- и ресурсосбережения, 2012, № 3–4, с. 45–52.
3. Воронин П.А. Силовые полупроводниковые ключи: свойства, характеристики, применение, 2-е изд. М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2005, 384 с.
4. Muhammad H. Rashid. Power electronics handbook. Academic press. A Harcourt science and technology company. Harcourt Place, 32 Jamestown Road, London NW1 7BY, UK. 2001, 883 p.
5. Жуйков В.Я., Сучик В.Е., Андриенко П.Д., Еременко М.А. Автоматизированное проектирование силовых электронных схем. Киев: Тэхника, 1988, 184 с.
6. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи, 9-е изд. М.: Высшая школа, 1996, 638 с.

[09.01.2020]

А в т о р ы: Сапаев Хушнуд Бабажанович — доктор техн. наук, профессор каф. «Электромеханика и электротехнологии» Ташкентского государственного университета (ТашГТУ), диссертацию защитил в 1995 г.

Мочалов Александр Иванович — старший преподаватель каф. «Электромеханика и электротехнологии» ТашГТУ.

Умаров Шухрат Бадреддинович — кандидат техн. наук, доцент каф. «Электромеханика и электротехнологии» ТашГТУ, диссертацию защитил в 1988 г.

On Inadequacy of the Model of Three-Phase Bridge Rectifier with Its Switches Represented by Piecewise-Linear Approximation

SAPAEV Khushnud B. (*Tashkent State Technical University – TSTU, Tashkent, Uzbekistan*) – Professor of Electromechanics and Electrotechnologies Dept., Dr. Sci. (Eng.)

MOCHALOV Alexander I. (*TSTU, Tashkent, Uzbekistan*) – Senior Teacher of Electromechanics and Electrotechnologies Dept.

UMAROV Shukhrat B. (*TSTU, Tashkent, Uzbekistan*) – Associate Professor of Electromechanics and Electrotechnologies Dept., Cand. Sci. (Eng.)

A special case disclosing the mechanism through which an inadequate result occurs in representing the semiconductor switches by means of piecewise-linear approximation is considered taking as an example the discrete model of a three-phase uncontrolled rectifier. It has been found in analyzing the voltages across the switches of the non-conducting three-phase bridge that with certain ratios of the load counter EMF and the amplitude of the line-to-line network EMF at any moment of time, the voltage across one of the non-conducting bridge switches is positive whereas the voltages across all other switches are negative. As a consequence, fluctuations of the switch state alterations occur that are not typical for the operation of a real circuit. Factors causing the inadequacy of piecewise-linear models to the physical ideas about the circuit operation are revealed, and the consequences arising due to this in the discrete models of rectifiers are pointed out. Recommendations on the ways for eliminating the factors causing inadequate modeling are given.

Key words: *three-phase bridge rectifier, piecewise-linear approximation, model inadequacy, semiconductor switch, nodal potential method, equivalent circuit*

REFERENCES

1. **Gel'man M.V., Dudkin M.M., Preobrazhenskiy K.A.** *Preobrazovatel'naya tekhnika: Uchebnoye pos.* (Conversion technique: a training manual). Chelyabinsk: Izdatel'skiy Tsentr Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta, 2009, 425 p.

2. **Sapayev Kh.B., Mochalov A.I.** *Problems of energy and resource conservation*, 2012, No. 3–4, pp. 45–52.

3. **Voronin P.A.** *Silovyye poluprovodnikovyye klyuchi: semeystva, kharakteristiki, primeneniye, 2-ye izd.* (Power semiconductor switches: families, specifications, applications, 2nd ed.). M.: Izdatel'skiy dom «Dodeka-XXI», 2005, 384 p.

4. **Muhammad H. Rashid.** *Power electronics handbook.* Academic press. A Harcourt science and technology company.

Harcourt Place, 32 Jamestown Road, London NW1 7BY, UK. 2001, 883 p.

5. **Zhuykov V.Ya., Suchik V.Ye., Andriyenko P.D., Yeremenko M.A.** *Avtomatizirovannoye proyektirovaniye silovyx elektronnykh skhem* (Computer-aided design of power electronic circuits). Kiyev: Tekhnika, 1988, 184 p.

6. **Bessonov L.A.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki. Elektricheskkiye tsepi, 9-ye izd.* (Theoretical foundations of electrical engineering. Electric Circuits, 9th ed.). M.: Vysshaya shkola, 1996, 638 p.

[09.01.2020]