

## Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора. Ч. 11. Трехфазные трехстержневые трансформаторы без нейтрального провода

ШАКИРОВ М.А.

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

*Разработана топологическая схема замещения трехфазного трехстержневого трансформатора с отражением пространственной структуры его магнитной системы, что позволило в отсутствие нейтральных проводов обмоток непосредственно на схеме отобразить магнитные потоки всех основных участков магнитопровода и окна для каждой из трех фаз. Схема построена сшиванием «анатомических» схемных моделей однофазных трансформаторов, полученных в предыдущих частях, при учете взаимосвязей между потоками на стыках фазных зон в стали. Ее достоверность подтверждается строгостью физико-математических соотношений для идеализированных трансформаторов с бесконечной магнитной проницаемостью стали и упрощенными картинками магнитных полей, что отвечает общепринятому подходу с пренебрежением токов намагничивания. Отличие состоит в том, что в разработанной модели учитывается неоднородность намагничивания различных частей магнитопровода с выделением более 30 участков в стали и окнах. Переход к модели реального трехстержневого трансформатора осуществляется путем добавления к идеализированной схеме замещения четырех нелинейных поперечных ветвей намагничивания в каждой крайней фазной зоне и восьми ветвей в центральной фазной зоне. Показано, что в случаях соединений обмоток без нейтральных проводов поток вектора Пойнтинга в межфазных зонах в любом несимметричном режиме отсутствует. При этом решаются проблемы возникновения потоков, превышающих потоки холостого хода при симметричных и несимметричных коротких замыканиях, а также случаи возникновения в этих режимах потоков выпучивания в области за пределами стали трансформатора.*

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** *трехстержневой трансформатор, первичная и вторичная обмотки, магнитный поток, схема замещения, короткое замыкание, вектор Пойнтинга, векторный потенциал, напряженность электрического поля*

Вопросы обеспечения стойкости силовых трансформаторов к аварийным ситуациям всегда были и остаются первичными для производителей электротехнического оборудования [1–4]. При этом помимо чисто технологических решений, важных на этапе производства и выпуска изделия, не уменьшаются усилия по развитию самой теории трехстержневого трансформатора с поиском для него таких схемных моделей, которые позволили бы более детально исследовать протекающие в нем физические процессы в любых условиях работы [5, 7]. По сути речь идет о создании топологической модели с явным отображением пространственной структуры магнитопровода как условия для наглядного представления электромагнитных взаимодействий в трансформаторе. Однако, хотя в литературе и встречаются работы с подобным названием моделей [3, 8–10], в действительности они таковыми не являются, поскольку в них геометрия объекта

представлена весьма приближенно. Между тем такие возможности открываются в новой теории, если строить схему замещения трехфазного трансформатора объединением «анатомических» схемных моделей однофазных трансформаторов, разработанных в [11–15]. В соответствии с традициями [16, 17] тема должна быть разбита на случаи (этапы) анализа работы трансформаторов при отсутствии и наличии составляющих нулевой последовательности, возникающих в присутствии нейтральных проводов.

Цель статьи – реализация первого этапа, т.е. разработка схемы замещения трехфазного трехстержневого трансформатора при отсутствии нейтрального провода в обмотках с отображением на ней магнитных потоков всех его участков. Такая схема замещения должна быть предназначена для анализа работы трансформаторов в несимметричных установившихся и переходных процессах. Ме-

тодика построения схем основана на идее предварительного исследования работы трансформатора с идеализированным трехстержневым магнитопроводом при  $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ . Переход к моделям реального трансформатора осуществляется наращиванием в схеме ветвей, отображающих потери и насыщение стали во всех фазных зонах.

**Вектор Пойнтинга в идеализированном трансформаторе.** Для выяснения влияния трехстержневой структуры магнитопровода на физические процессы трехфазного трансформатора целесообразно вначале исследовать распределение магнитных потоков в упрощенных плоскопараллельных моделях (рис. 1), в которых:

высота обмоток  $h_w = h$ , где  $h$  – высота окна;

бак представляет собой идеальный электромагнитный экран;

длина устройства в направлении, перпендикулярном рис. 1, равна  $l_0$ ;

магнитное поле является плоскопараллельным, линии магнитной индукции в толще обмоток и между ними параллельны осям стержней;

магнитный поток на любом участке стали распределяется равномерно по сечению стали.

**Примечание 1.** Перейти к трансформаторам с реальной геометрией можно по правилам, иллюстрируемым на рис. 4–5 в [3].

С учетом этих допущений на рис. 1 показаны естественные для каждой фазы условные положительные направления магнитных потоков на участках стали и обмоток, а также в промежутках между ними. Сохранена система обозначений из предыдущих работ по однофазным трансформаторам [11, 12], в частности:

$a$  и  $b$  – толщины внутренней и внешней обмоток;

$i_a^A, i_a^B, i_a^C$  – токи внутренних  $a$ -обмоток, рассматриваемые как первичные;

$i_b^A, i_b^B, i_b^C$  – токи внешних  $b$ -обмоток, приведенные к первичным  $a$ -обмоткам, при этом и их

условное положительное направление принято тем же, что и токов в  $a$ -обмотках.

Индексом  $A$  помечены потоки участков, находящихся в зоне  $A$ -фазы. Аналогичны назначения индексов  $B$  и  $C$ . Соответственно, крайние стержни будем называть  $A$ - и  $C$ -стержнями, а стержень центральной  $B$ -фазы –  $B$ -стержнем. Потоки в стали слева от  $B$ -стержня отмечены индексом  $BA$ . В частности, поток на стыке с  $A$ -зоной обозначен как  $\dot{\Phi}_{BA}^{bm}$ . А потоки справа от  $B$ -стержня отмечены индексом  $BC$ . Поток на стыке с  $C$ -зоной обозначен как  $\dot{\Phi}_{BC}^{bm}$ . Соответственно,  $\dot{\Phi}_B^{bm} = \dot{\Phi}_{BA}^{bm} + \dot{\Phi}_{BC}^{bm}$  – суммарный поток стали, исходящий из зоны  $B$ -фазы. Направления потоков в межфазных промежутках ( $\dot{\Phi}_{\delta\delta}^{AB}, \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{BC}$ ) и потоков ( $\dot{\Phi}_{\Delta}^A, \dot{\Phi}_{\Delta}^C$ ), прилегающих к экрану, показаны волнистыми линиями. Условные положительные направления вектора Пойнтинга на рис. 1 соответствуют нормальным симметричным режимам работы трехфазной системы в предположении, что во всех фазах первичными являются внутренние обмотки шириной  $a$ . В этих режимах обмена энергией между фазами нет, и потому на рис. 1 в межфазных промежутках ( $\delta_2$ ) вектор Пойнтинга опущен.

**Примечание 2.** Однако далее будет показано, что при отсутствии нейтральных проводов и в любом несимметричном режиме обмен энергией между фазами невозможен, и при отсутствии нейтральных проводов вектор Пойнтинга в межфазном промежутке ( $\delta_2 + \delta_2$ ) остается равным нулю, как на рис. 1. По этой же причине не показан вектор Пойнтинга и в  $\Delta$ -промежутках около экрана.

Принятые на рис. 1 направления потоков в стали согласуются с обычными представлениями об их взаимной ориентации при холостом ходе (х.х.) на векторной диаграмме (рис. 2,а), где  $\Phi_0$  – модуль потока х.х. Как и ранее, эти же потоки в каком-либо другом режиме с превышением их значений на диаграмме (рис. 2,а) будут условно называться сверхпотоками, а при изменении их ориентирования на противоположное – антипотоками (рис. 2,б).

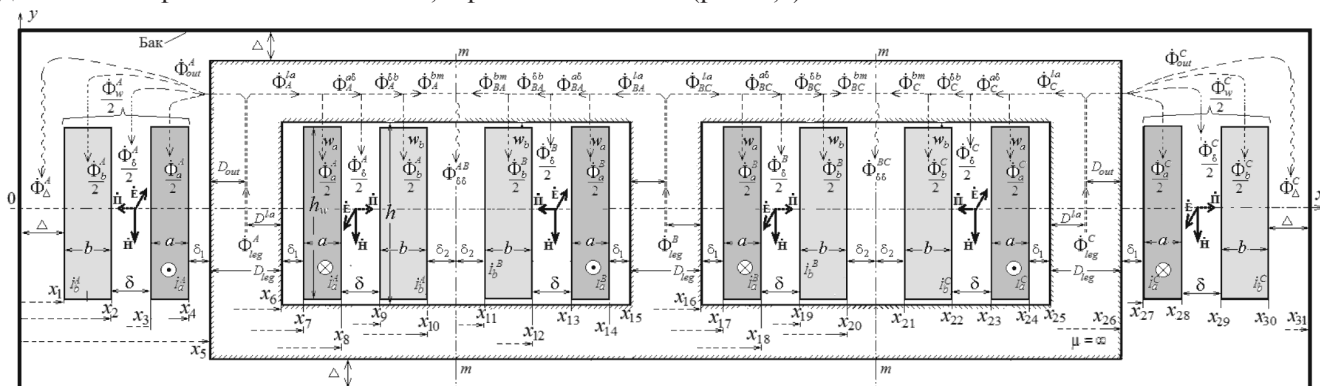


Рис. 1. Магнитные потоки в трехфазном трехстержневом трансформаторе при  $\mu_{\text{сталь}} = \infty$

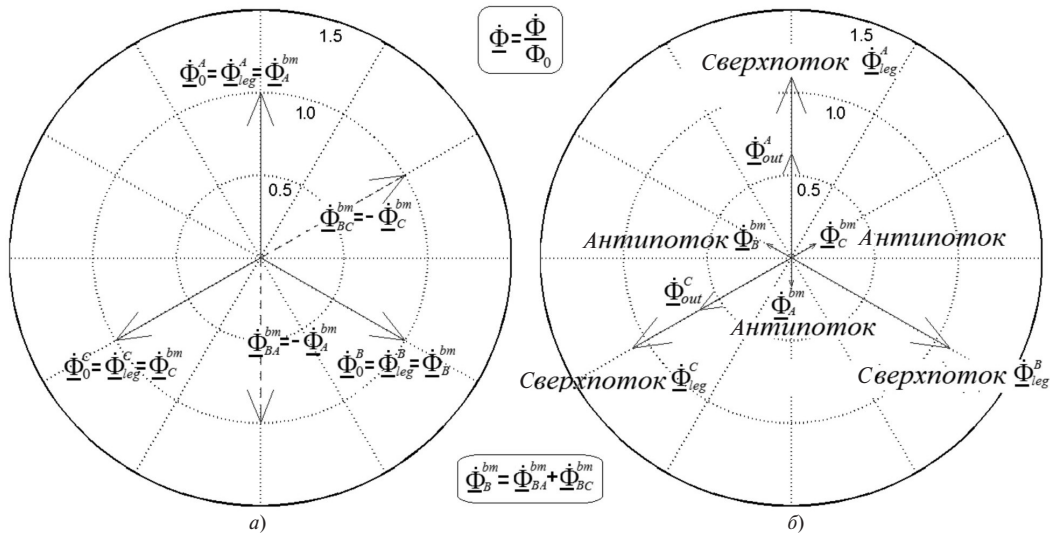


Рис. 2. Магнитные потоки в стали в режимах х.х. (а) и симметричного КЗ (б), отнесенные к потоку х.х.

**Общие связи между токами.** По графу магнитных потоков (рис. 1) можно проследить связи между ними (а также между токами), определяемые исключительно конструктивными особенностями трехстержневого трансформатора. Так, по результатам обходов контуров по стали, включающих по паре стержней, можем на основании закона полного тока (независимо от присутствия или отсутствия нулевого провода) написать следующие соотношения для токов:

$$\begin{aligned} i_a^A + i_b^A &= i_a^B + i_b^B; \\ i_a^A + i_b^A &= i_a^C + i_b^C; \\ i_a^B + i_b^B &= i_a^C + i_b^C. \end{aligned} \quad (1)$$

Сумма первых двух уравнений дает:

$$2(i_a^A + i_b^A) = (i_a^B + i_a^C) + (i_b^B + i_b^C)$$

или после прибавления  $(i_a^A + i_b^A)$  к обеим частям этого соотношения

$$i_a^A + i_b^A = \frac{i_a^A + i_a^B + i_a^C}{3} + \frac{(i_b^A + i_b^B + i_b^C)}{3}. \quad (2)$$

Аналогичные связи имеют место для токов фаз В и С, поскольку согласно (1)

$$i_a^A + i_b^A = i_a^B + i_b^B = i_a^C + i_b^C. \quad (3)$$

**Общие связи между потоками.** Для потоков А- и С-стержней имеем (рис. 1):

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{leg}^A &= \dot{\Phi}_{out}^A + \dot{\Phi}_{in}^A; \\ \dot{\Phi}_{leg}^C &= \dot{\Phi}_{out}^C + \dot{\Phi}_{in}^C, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\dot{\Phi}_{out}^A$  и  $\dot{\Phi}_{out}^C$  – потоки выпучивания:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{out}^A &= \frac{\dot{\Phi}_w^A}{2} + \dot{\Phi}_{\Delta}^A; \\ \dot{\Phi}_{out}^C &= \frac{\dot{\Phi}_w^C}{2} + \dot{\Phi}_{\Delta}^C. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\dot{\Phi}_w^A, \dot{\Phi}_w^C$  – потоки в обмотках фаз А и С (индекс w от слова winding):

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_w^A &= \dot{\Phi}_a^A + \dot{\Phi}_{\delta}^A + \dot{\Phi}_b^A = L_w \frac{i_a^A}{w_a}; \\ \dot{\Phi}_w^B &= \dot{\Phi}_a^B + \dot{\Phi}_{\delta}^B + \dot{\Phi}_b^B = L_w \frac{i_a^B}{w_a}; \\ \dot{\Phi}_w^C &= \dot{\Phi}_a^C + \dot{\Phi}_{\delta}^C + \dot{\Phi}_b^C = L_w \frac{i_a^C}{w_a}; \\ L_w &= \frac{3}{2}L_a + L_{\delta} + \frac{3}{2}L'_b, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $L_a, L_{\delta}, L'_b$  – по определению [11–13] индуктивности Пойнтинга:

$$L_a = \frac{\mu_0 w_a^2 s_a}{h} \frac{1}{3}; \quad L_{\delta} = \frac{\mu_0 w_a^2 s_{\delta}}{h} \frac{1}{3}; \quad L'_b = \frac{\mu_0 w_a^2 s_b}{h} \frac{1}{3}; \quad (8)$$

через  $s_a, s_b, s_{\delta}$  обозначены поперечные площади обмоток и зазора. Индуктивность КЗ фазы, приведенная к числу витков а-обмотки,

$$L_{sh} = L_a + L_{\delta} + L'_b = L_w - \frac{L_a + L'_b}{2}. \quad (9)$$

Из (6) вытекает

$$\dot{\Phi}_w^A + \dot{\Phi}_w^A + \dot{\Phi}_w^A = L_w \frac{i_a^A + i_a^B + i_a^C}{w_a}. \quad (10)$$

Для потоков в промежутках между фазами (рис. 1):

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_{\delta\delta}^{AB} &= \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{bm} + \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{mb}, \\ \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{BC} &= \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{bm} + \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{bm},\end{aligned}\quad (11)$$

причем эти потоки равны, так как для обоих справедливо уравнение:

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_{\delta\delta} \rightarrow \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{AB} = \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{BC} &= \frac{w_a(i_a^B + i_b^B)}{R_{\delta\delta}^M} = \\ &= \frac{L_{\delta\delta}(i_a^B + i_b^B)}{w_a},\end{aligned}\quad (12)$$

где  $R_{\delta\delta}^M$  – магнитное сопротивление двояного промежутка ( $\delta_2 + \delta_2$ ) между фазами. Индуктивность

$$L_{\delta\delta} = \frac{w_a^2}{R_{\delta\delta}^M}. \quad (13)$$

Краевые потоки у экрана:

$$\left. \begin{aligned}\dot{\Phi}_{\Delta}^A &= \frac{w_a(i_a^A + i_b^A)}{R_{\Delta}^M} = \frac{L_{\Delta}(i_a^A + i_b^A)}{w_a}, \\ \dot{\Phi}_{\Delta}^C &= \frac{w_a(i_a^C + i_b^C)}{R_{\Delta}^M} = \frac{L_{\Delta}(i_a^C + i_b^C)}{w_a},\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

где  $R_{\Delta}^M$  – магнитное сопротивление промежутка  $\Delta$ . Индуктивность

$$L_{\Delta} = \frac{w_a^2}{R_{\Delta}^M}. \quad (15)$$

С учетом (3) приходим к выводу, что и эти потоки равны, т.е.

$$\dot{\Phi}_{\Delta} \rightarrow \dot{\Phi}_{\Delta}^A = \dot{\Phi}_{\Delta}^C. \quad (16)$$

Принимая во внимание это соотношение, а также (12), можем написать:

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_{leg}^A + \dot{\Phi}_{leg}^B + \dot{\Phi}_{leg}^C &= \\ &= 2\dot{\Phi}_{\Delta} + (\dot{\Phi}_w^A + \dot{\Phi}_w^B + \dot{\Phi}_w^C) + 2\dot{\Phi}_{\delta\delta}^A\end{aligned}\quad (17)$$

или

$$\begin{aligned}\dot{\Phi}_{leg}^A + \dot{\Phi}_{leg}^B + \dot{\Phi}_{leg}^C &= 2 \frac{L_{\delta\delta} + L_{\Delta}}{w_a} (i_a^A + i_b^A) + \\ &+ \frac{L_w}{w_a} (i_a^A + i_a^B + i_a^C).\end{aligned}\quad (18)$$

**Магнитные потоки при отсутствии нейтральных проводов.** В этом случае, т.е. при соединениях обмоток  $Y/Y$ ,  $Y/\Delta$ ,  $\Delta/Y$ ,  $\Delta/\Delta$ , а также в сочетании с соединением в зигзаг (без нейтрали), приведенные выше связи упрощаются, поскольку суммы первичных и вторичных токов удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned}i_a^A + i_a^B + i_a^C &= 0; \\ i_b^A + i_b^B + i_b^C &= 0,\end{aligned}\quad (19)$$

что согласно (2) приводит к пофазному равновесию токов:

$$\begin{aligned}i_b^A &= -i_b^A; \\ i_a^B &= -i_b^B; \\ i_a^C &= -i_b^C.\end{aligned}\quad (20)$$

В таблице представлены вытекающие отсюда упрощенные условия для потоков.

#### Связи между магнитными потоками при отсутствии нейтральных проводов

Условия №	Общие соотношения	Формулы для частного случая трансформаторов без нейтральных проводов
1	(12)	$\dot{\Phi}_{\delta\delta}^{AB} = \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{BC} = 0$
2	(14)	$\dot{\Phi}_{\Delta}^A = \dot{\Phi}_{\Delta}^C = 0$
3	(5)	$\dot{\Phi}_{out}^A = \dot{\Phi}_w^A / 2;$ $\dot{\Phi}_{out}^C = \dot{\Phi}_w^C / 2$
4	(4)	$\dot{\Phi}_{leg}^A = \dot{\Phi}_w^A + \dot{\Phi}_A^{bm};$ $\dot{\Phi}_{leg}^B = \dot{\Phi}_w^B + \dot{\Phi}_{BA}^{bm} + \dot{\Phi}_{BC}^{bm};$ $\dot{\Phi}_{leg}^C = \dot{\Phi}_w^C + \dot{\Phi}_C^{bm}$
5	(11)	$\dot{\Phi}_A^{bm} = -\dot{\Phi}_{BA}^{mb};$ $\dot{\Phi}_{BC}^{bm} = -\dot{\Phi}_C^{mb}$
6	(10)	$\dot{\Phi}_w^A + \dot{\Phi}_w^B + \dot{\Phi}_w^C = 0$
7	(18)	$\dot{\Phi}_{leg}^A + \dot{\Phi}_{leg}^B + \dot{\Phi}_{leg}^C = 0$

Соотношения пп. 1 и 2 служат доказательством утверждений в П р и м е ч а н и и 2.

**Топологическая схема замещения при соединении обмоток  $Y/Y$ .** Пофазное равновесие токов (20) повторяет связи между токами в однофазных идеализированных трансформаторах, что позволяет синтезировать схему замещения трехфазного трансформатора прямым сшиванием схемных моделей однофазных трансформаторов из [11, 13]. Эта схема, обведенная пунктиром, приведена на рис. 3. Топология, т.е. координаты  $(x_1, x_2, \dots)$  поверхностей на рис. 1, фиксируется номерами узлов, а анатомия

– значениями потоков между ними. Для отображения связей (1)–(3) введены идеальные трансформаторы с коэффициентом трансформации 1:1, обеспечивающие равенство токов в половинках соответствующих обмоток. Поэтому токи вторичной  $b$ -обмотки представлены приведенными к первичной стороне (со штрихами). Общие связи для токов (1) на схеме реализуются уравнениями первого закона Кирхгофа относительно сечений, охватывающих узлы (10–11), (10–11–...21) и (20–21). Эти связи совместно с уравнением относительно  $0_1$ -узла приводят к равновесию токов (20), что позволило автоматически идентифицировать потоки фазных зон по аналогии с однофазным стержневым (для  $A$ - и  $C$ -фаз) и броневым (для  $B$ -фазы) трансформаторами. С учетом (20) и первого закона Кирхгофа для узлов 1, 10, 20 и 30 токи в элементах  $L_{\delta\delta}, L_{\Delta}^A, L_{\Delta}^C$  принимают нулевые значения, приводящие к соотношениям п. 1 и п. 2 таблицы для потоков вне обмоток (что дополнительно подчеркнуто на схеме выражениями над рамкой).

**П р и м е ч а н и е 3.** В связи с этим схему можно было бы упростить, закоротив упомянутые элементы. Они оставлены на случай учета потерь в стали, когда поперечные стрелки напряжений на схеме заменяются ветвями «намагничивания», а указанные в рамках потоки могут принимать ненулевые значения.

Условие п. 3 таблицы автоматически подтверждается на схеме благодаря соотношению (7) для  $L_w$ , а условия п. 4 выражаются уравнениями второго закона Кирхгофа вдоль соответствующих контуров схемы. Вследствие нулевого значения потоков  $\dot{\Phi}_{\delta\delta}^{AB}, \dot{\Phi}_{\delta\delta}^{BC}$  на схеме явно отображаются равенства п. 5 таблицы. Условие в п. 6 совпадает с первым уравнением (21) с точностью до множителя  $L_w/k_0$ . Для проверки условия п. 7 достаточно составить по схеме уравнение по второму закону Кирхгофа, совершая обход вдоль большого контура, включающего напряжения  $k_0\dot{\Phi}_{leg}^A, k_0\dot{\Phi}_{leg}^B, k_0\dot{\Phi}_{leg}^C$  и ветвь с  $0$ -узлом.

На схеме для первичной стороны каждой фазы представлены связи [11]:

$$\begin{aligned}\dot{U}_a^A &= k_0\dot{\Phi}_{leg}^A - \frac{j\omega L_a}{2} \dot{I}_a^A; \\ \dot{U}_a^B &= k_0\dot{\Phi}_{leg}^B - \frac{j\omega L_a}{2} \dot{I}_a^B; \\ \dot{U}_a^C &= k_0\dot{\Phi}_{leg}^C - \frac{j\omega L_a}{2} \dot{I}_a^C.\end{aligned}\quad (21)$$

Аналогичные связи на вторичной стороне схемы соответствуют уравнениям:

$$\begin{aligned}\dot{U}_b^A &= k_0\dot{\Phi}_A^{bm} - \frac{j\omega L_b'}{2} \dot{I}_b^A; \\ \dot{U}_b^B &= k_0\dot{\Phi}_{BA}^{bm} + k_0\dot{\Phi}_{BC}^{bm} - \frac{j\omega L_b'}{2} \dot{I}_b^B; \\ \dot{U}_b^C &= k_0\dot{\Phi}_C^{bm} - \frac{j\omega L_b'}{2} \dot{I}_b^C,\end{aligned}\quad (22)$$

совпадающим с выражениями для стержневых трансформаторов (для  $A$ - и  $C$ -фаз) [13] и броневого для  $B$ -фазы [11].

Суммируя выражения (21) с учетом п. 7 таблицы, получаем соотношение

$$\dot{U}_a^A + \dot{U}_a^B + \dot{U}_a^C = 0.\quad (23)$$

На схеме показано, что напряжение  $\dot{U}_N$  между ее узлами  $0_1$  и  $0_2$  равно нулю. Это следует из уравнений

$$\dot{U}_a^A + \dot{U}_N = \dot{E}_A; \quad \dot{U}_a^B + \dot{U}_N = \dot{E}_B; \quad \dot{U}_a^C + \dot{U}_N = \dot{E}_C,\quad (24)$$

из которых вытекает

$$\dot{U}_N = \frac{(\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) - (\dot{U}_a^A + \dot{U}_a^B + \dot{U}_a^C)}{3} \rightarrow 0,\quad (25)$$

поскольку работа рассматривается в условиях, когда

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0.\quad (26)$$

В результате

$$\dot{U}_a^A = \dot{E}_A; \quad \dot{U}_a^B = \dot{E}_B; \quad \dot{U}_a^C = \dot{E}_C.\quad (27)$$

Суммируя выражения (22) с учетом п. 5 таблицы и второго уравнения (19), находим:

$$\dot{U}_b^A + \dot{U}_b^B + \dot{U}_b^C = 0.\quad (28)$$

С другой стороны, согласно схеме (рис. 3)

$$\begin{aligned}\dot{U}_b^A &= -Z_A' \dot{I}_b^A - \dot{U}_n'; \\ \dot{U}_b^B &= -Z_B' \dot{I}_b^B - \dot{U}_n'; \\ \dot{U}_b^C &= -Z_C' \dot{I}_b^C - \dot{U}_n' .\end{aligned}\quad (29)$$

Следовательно,

$$\dot{U}_n' = -\frac{Z_A' \dot{I}_b^A + Z_B' \dot{I}_b^B + Z_C' \dot{I}_b^C}{3}.\quad (30)$$

**Токи при соединении обмоток Y/Y.** Согласно схеме напряжение  $A$ -фазы

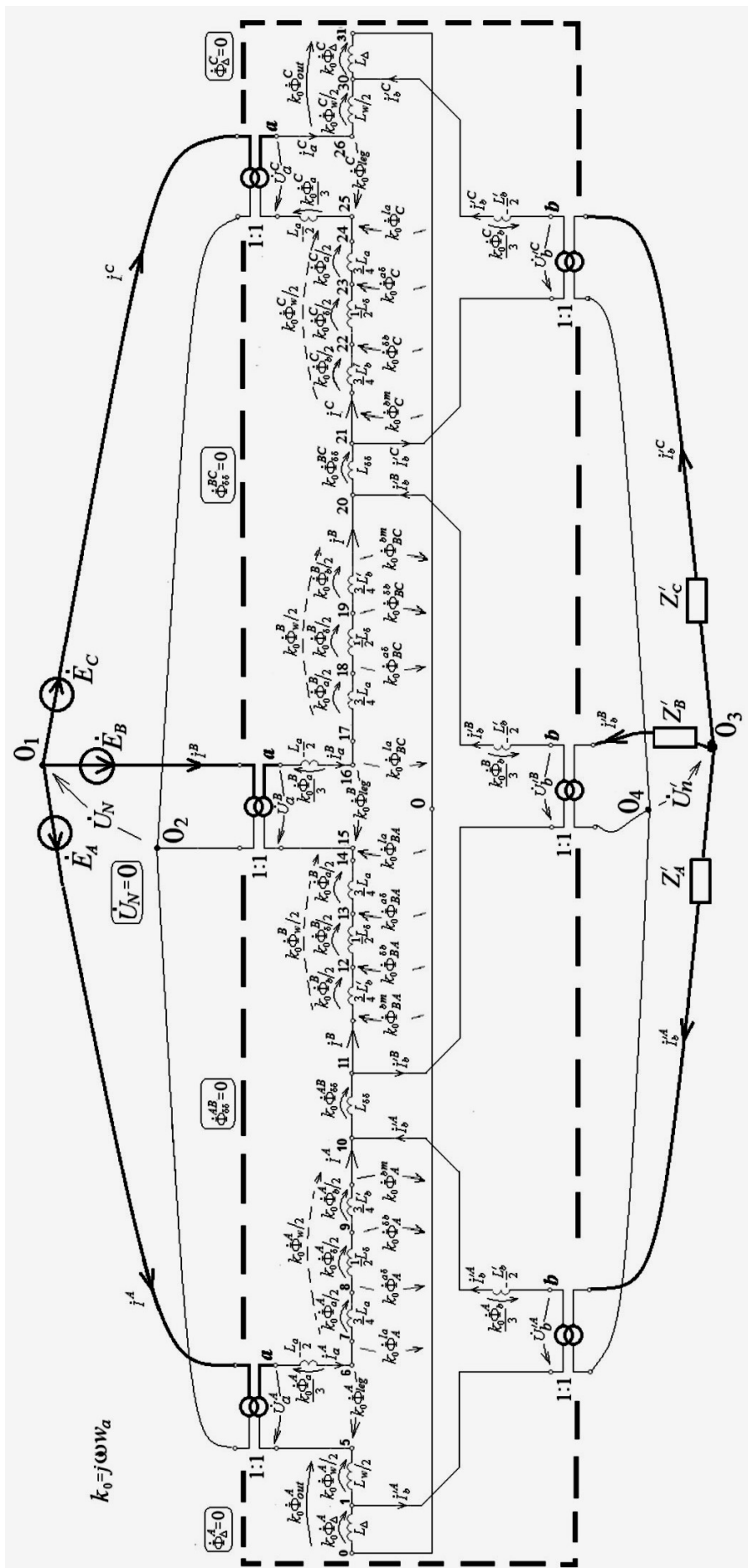


Рис. 3. Схема замещения идеализированного трехстержневого трансформатора (в рамке) с внешним соединением обмоток У/У

$$U_a^A = j\omega \left( L_w - \frac{L_a}{2} \right) i_a^A + k_0 \dot{\Phi}_A^{bm}.$$

Выражая  $k_0 \dot{\Phi}_{bm}^A$  через остальные величины соотношения (22), получаем

$$\dot{U}_a^A = j\omega \left( L_w - \frac{L_a}{2} \right) i_a^A + j\omega \frac{L_b'}{2} i_b^A + \dot{U}_b^A,$$

которое с учетом равенства  $i_a^A = -i_b^A$  и обозначений (9) принимает вид:

$$\dot{U}_b^A = Z_{sh} i_a^A = \dot{U}_a^A. \quad (31)$$

Точно так же для других фаз:

$$\dot{U}_b^B + Z_{sh} i_a^B = \dot{U}_a^B; \quad (32)$$

$$\dot{U}_b^C + Z_{sh} i_a^C = \dot{U}_a^C. \quad (33)$$

Вычитая из (31) уравнения (32) и (33), получаем:

$$(\dot{U}_b^A - \dot{U}_b^B) + Z_{sh} (i_a^A - i_a^B) = \dot{U}_a^A - \dot{U}_a^B; \quad (34)$$

$$(\dot{U}_b^A - \dot{U}_b^C) + Z_{sh} (i_a^A - i_a^C) = \dot{U}_a^A - \dot{U}_a^C.$$

Согласно второму закону Кирхгофа для контуров на вторичной стороне трансформатора

$$(\dot{U}_b^A - \dot{U}_b^B) = -Z'_A i_b^A + Z'_B i_b^B = Z'_A i_a^A - Z'_B i_a^B;$$

$$(\dot{U}_b^A - \dot{U}_b^C) = -Z'_A i_b^A + Z'_C i_b^C = Z'_A i_a^A - Z'_C i_a^C.$$

После подстановки правых частей этих выражений в (34) приходим к системе:

$Z'_A + Z_{sh}$	$-(Z'_B + Z_{sh})$	-
$Z'_A + Z_{sh}$	-	$-(Z'_C + Z_{sh})$
1	1	1

 $\times$ 

$i_a^A$
$i_a^B$
$i_a^C$

 $=$ 

$\dot{U}_a^A - \dot{U}_a^B$
$\dot{U}_a^A - \dot{U}_a^C$
-

 $, \quad (35)$

к которой добавлено условие для токов (19). Определитель этой системы

$$\Delta = (Z'_A + Z_{sh})(Z'_C + Z_{sh}) + (Z'_B + Z_{sh})(Z'_A + Z_{sh}) + (Z'_C + Z_{sh})(Z'_B + Z_{sh}),$$

решение принимает вид:

$$i_a^A = \frac{(\dot{U}_a^A - \dot{U}_a^B)(Z'_C + Z_{sh}) + (\dot{U}_a^A - \dot{U}_a^C)(Z'_B + Z_{sh})}{\Delta};$$

$$i_a^B = \frac{(\dot{U}_a^B - \dot{U}_a^C)(Z'_A + Z_{sh}) + (\dot{U}_a^B - \dot{U}_a^A)(Z'_C + Z_{sh})}{\Delta};$$

$$i_a^C = \frac{(\dot{U}_a^C - \dot{U}_a^A)(Z'_B + Z_{sh}) + (\dot{U}_a^C - \dot{U}_a^B)(Z'_A + Z_{sh})}{\Delta}, \quad (36)$$

совпадающий с результатами, приведенными в учебниках [16, 17]. Далее уравнения (31)–(33) позволяют вычислить значения вторичных фазных напряжений. Однако при этом, пользуясь схемой замещения, можно найти потоки во всех участках трансформатора. В частности, для потоков выпучивания имеем:

$$k_0 \dot{\Phi}_{out}^A = \frac{k_0 \dot{\Phi}_w^A}{2} = \frac{j\omega L_w i_a^A}{2}; \quad (37)$$

$$k_0 \dot{\Phi}_{out}^C = \frac{k_0 \dot{\Phi}_w^C}{2} = \frac{j\omega L_w i_a^C}{2}.$$

**Симметричный режим холостого хода (х.х.) В**

этом режиме  $Z'_A = Z'_B = Z'_C = \infty$  и, как следует из схемы, все токи равны нулю, все потоки вне стали равны нулю, а потоки в стержнях:

$$\dot{\Phi}_{leg}^A = \dot{\Phi}_0^A = \frac{\dot{U}_a^A}{k_0};$$

$$\dot{\Phi}_{leg}^B = \dot{\Phi}_0^B = \frac{\dot{U}_a^B}{k_0}; \quad (38)$$

$$\dot{\Phi}_{leg}^C = \dot{\Phi}_0^C = \frac{\dot{U}_a^C}{k_0},$$

образуют симметричную звезду (рис 2,а). С учетом (31)–(33) имеем:

$$\dot{U}_b^A = \dot{U}_a^A; \quad \dot{U}_b^B = \dot{U}_a^B; \quad \dot{U}_b^C = \dot{U}_a^C. \quad (39)$$

Это позволяет для потоков х.х. на стыке фазных зон на основании (22) написать:

$$\dot{\Phi}_A^{bm} = \dot{\Phi}_0^A; \quad \dot{\Phi}_C^{bm} = \dot{\Phi}_0^C, \quad (40)$$

что и отображено на векторной диаграмме (рис. 2,а).

*Утверждение 1.* Потоки х.х. в стали левой ( $\dot{\Phi}_{BA}^{bm}$ )

и правой ( $\dot{\Phi}_{BC}^{bm}$ ) частей В-зоны отличаются по фазе на 120°, находясь при этом в противофазе с потоками х.х. стыкующимися с ними фаз А и С. Их сумма ( $\dot{\Phi}_B^{bm}$ ) совпадает с потоком х.х. В-стержня и имеет смысл суммарного потока х.х., исходящего в оба стыка из зоны В-фазы, который образует с аналогичными потоками других фаз симметричную

звезду (рис. 2,а). Потоки выпучивания при х.х. отсутствуют.

**Сверх- и антипоток при симметричном КЗ.** В этом режиме  $Z'_A = Z'_B = Z'_C = 0$ , и в схеме (рис. 3) согласно (30)  $U'_n = 0$ . На основании (29)

$$\dot{U}'_b{}^A = \dot{U}'_b{}^B = \dot{U}'_b{}^C = 0. \quad (41)$$

Из системы (36) при учете (20) для токов КЗ получаем:

$$\dot{I}'_a{}^A = -\dot{I}'_b{}^A = \frac{\dot{U}'_a{}^A}{j\omega L_{sh}}; \quad \dot{I}'_a{}^B = -\dot{I}'_b{}^B = \frac{\dot{U}'_a{}^B}{j\omega L_{sh}}; \quad (42)$$

$$\dot{I}'_a{}^C = -\dot{I}'_b{}^C = \frac{\dot{U}'_a{}^C}{j\omega L_{sh}},$$

что позволяет на основании (37) для потоков выпучивания записать:

$$\dot{\Phi}_{out}^A = \frac{1}{k_0} \frac{j\omega L_w}{2} \frac{\dot{U}'_a{}^A}{j\omega L_{sh}}; \quad (43)$$

$$\dot{\Phi}_{out}^C = \frac{1}{k_0} \frac{j\omega L_w}{2} \frac{\dot{U}'_a{}^C}{j\omega L_{sh}},$$

откуда с учетом (38) следует:

$$\frac{\dot{\Phi}_{out}^A}{\dot{\Phi}_0^A} = \frac{\dot{\Phi}_{out}^C}{\dot{\Phi}_0^C} = \frac{L_w}{2L_{sh}} = 0,5 + \frac{L_a + L'_b}{2L_{sh}} \approx 0,5. \quad (44)$$

**Утверждение 2.** Потоки выпучивания слева и справа от трансформатора при симметричном КЗ достигают значений, составляющих более 50% потока х.х. (рис. 2,б).

**Примечание 4.** Здесь и далее расчеты выполнены для трансформатора (рис.1) мощностью примерно 40–60 МВА, его данные (мм):  $D_{leg} = 650$ ,  $\delta_1 = 30$ ,  $a = 60$ ,  $\delta = 50$ ,  $b = 110$ ,  $\delta_2 = 50$ , согласно (7)–(9):

$$\frac{L_a}{L_{sh}} = 0,1875; \quad \frac{L_\delta}{L_{sh}} = 0,4658; \quad \frac{L'_b}{L_{sh}} = 0,3438; \quad \frac{L_w}{L_{sh}} = 1,2656.$$

В стержнях возникают сверхпотоки КЗ в сравнении с потоками х.х. Действительно, с учетом (42) выражение (19) для  $A$ -фазы принимает вид:

$$\dot{U}'_a{}^A = k_0 \dot{\Phi}_{leg}^A - \frac{j\omega L_a}{2} \frac{\dot{U}'_a{}^A}{j\omega L_{sh}},$$

откуда с учетом (38) для потока  $A$ -стержня в режиме КЗ можем написать:

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^A}{\dot{\Phi}_0^A} = 1 + \frac{L_a}{2L_{sh}}.$$

Аналогичные действия для других фаз приводят к соотношению:

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^A}{\dot{\Phi}_0^A} = \frac{\dot{\Phi}_{leg}^B}{\dot{\Phi}_0^B} = \frac{\dot{\Phi}_{leg}^C}{\dot{\Phi}_0^C} = 1 + \frac{L_a}{2L_{sh}},$$

что совпадает с выражениями для сверхпотоков при КЗ внешних обмоток однофазных трансформаторов [11]; совпадающими оказываются и соотношения для антипотоков КЗ в стали на стыке фазных зон. Для того чтобы убедиться в этом, рассмотрим уравнение (22) для  $A$ -фазы, которое с учетом (42) и (20) принимает вид:

$$0 = k_0 \dot{\Phi}_A^{bm} + \frac{j\omega L'_b}{2} \frac{\dot{U}'_a{}^A}{j\omega L_{sh}},$$

откуда на основании (38) находим

$$\frac{\dot{\Phi}_A^{bm}}{\dot{\Phi}_0^A} = -\frac{L'_b}{2L_{sh}}. \quad (45)$$

Аналогично в противофазе с потоком х.х. оказывается поток  $C$ -фазы на стыке с потоком  $B$ -фазы:

$$\frac{\dot{\Phi}_C^{bm}}{\dot{\Phi}_0^C} = \frac{\dot{\Phi}_A^{bm}}{\dot{\Phi}_0^A} = -\frac{L'_b}{2L_{sh}}. \quad (46)$$

Согласно п. 5 таблицы для потоков со стороны  $B$ -фазы на стыках с  $A$ - и  $C$ -фазами:

$$\frac{\dot{\Phi}_{BA}^{bm}}{\dot{\Phi}_0^B} = \frac{\dot{\Phi}_0^A - \dot{\Phi}_A^{bm}}{\dot{\Phi}_0^A} = e^{j2\pi/3} \frac{L'_b}{2L_{sh}};$$

$$\frac{\dot{\Phi}_{BC}^{bm}}{\dot{\Phi}_0^B} = \frac{\dot{\Phi}_0^C - \dot{\Phi}_C^{bm}}{\dot{\Phi}_0^C} = e^{-j2\pi/3} \frac{L'_b}{2L_{sh}}.$$

Для суммарного потока  $\dot{\Phi}_B^{bm}$ , исходящего в оба стыка из зоны  $B$ -фазы, получаем:

$$\frac{\dot{\Phi}_B^{bm}}{\dot{\Phi}_0^B} = \frac{\dot{\Phi}_{BA}^{bm} + \dot{\Phi}_{BC}^{bm}}{\dot{\Phi}_0^B} = -\frac{L'_b}{2L_{sh}}.$$

В результате (рис. 2,а):

$$\frac{\dot{\Phi}_A^{bm}}{\dot{\Phi}_0^A} = \frac{\dot{\Phi}_B^{bm}}{\dot{\Phi}_0^B} = \frac{\dot{\Phi}_C^{bm}}{\dot{\Phi}_0^C} = -\frac{L'_b}{2L_{sh}}, \quad (47)$$

что совпадает с выражениями для антипотоков при КЗ внешних  $b$ -обмоток однофазных трансформаторов [11].



**Сверхпотоки при двухфазном КЗ обмоток крайнего и центрального стержней.** Пусть в схеме (рис. 3) сопротивления  $Z'_A = Z'_B = 0$ ;  $Z'_C = \infty$ , из схемы находим

$$\dot{U}'_b{}^A = \dot{U}'_b{}^B = -\dot{U}'_n \quad (48)$$

В этом случае, как следует из (36) и (20), токи КЗ:

$$\begin{aligned} \dot{i}'_a{}^A &= -\dot{i}'_b{}^A = \frac{\dot{U}'_a{}^A - \dot{U}'_a{}^B}{2Z_{sh}}; \\ \dot{i}'_a{}^B &= -\dot{i}'_b{}^B = -\frac{\dot{U}'_a{}^A - \dot{U}'_a{}^B}{2Z_{sh}}; \\ \dot{i}'_a{}^C &= -\dot{i}'_b{}^C = 0. \end{aligned} \quad (49)$$

Вторичные напряжения согласно (31)–(32):

$$\dot{U}'_b{}^A = \dot{U}'_a{}^A - Z_{sh} \dot{i}'_a{}^A = \frac{\dot{U}'_a{}^A + \dot{U}'_a{}^B}{2}; \quad (50)$$

$$\dot{U}'_b{}^B = \dot{U}'_b{}^A = \frac{\dot{U}'_a{}^A + \dot{U}'_a{}^B}{2}; \quad (51)$$

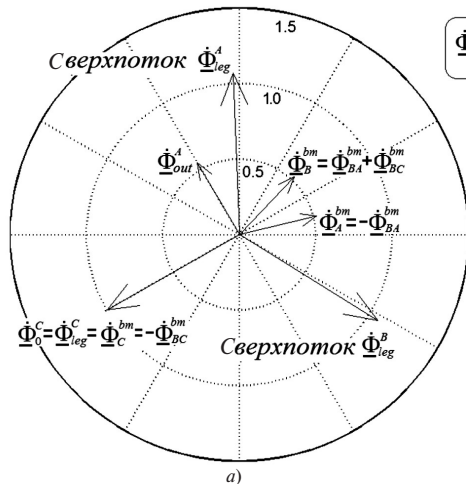
$$\dot{U}'_b{}^C = \dot{U}'_a{}^C - Z_{sh} \dot{i}'_a{}^C = \dot{U}'_a{}^C. \quad (52)$$

Из (37) вытекает, что поток выпучивания на стороне C-обмотки  $\dot{\Phi}'_{out}{}^C = 0$ , а на стороне A-обмотки

$$k_0 \dot{\Phi}'_{out}{}^A = \frac{j\omega L_w \dot{i}'_a{}^A}{2};$$

$$\dot{\Phi}'_{out}{}^A = \frac{1}{k_0} \frac{j\omega L_w}{2} \frac{\dot{U}'_a{}^A + \dot{U}'_a{}^B}{2j\omega L_{sh}} = \frac{L_w}{4L_{sh}} (\dot{\Phi}'_0{}^A - \dot{\Phi}'_0{}^B),$$

откуда (рис. 4,а):



$$\begin{aligned} \frac{\dot{\Phi}'_{out}{}^A}{\dot{\Phi}'_0{}^A} &= \frac{L_w}{4L_{sh}} \left( 1 - \frac{\dot{\Phi}'_0{}^B}{\dot{\Phi}'_0{}^A} \right) = \frac{L_w}{4L_{sh}} (1 - e^{-j2\pi/3}) = \\ &= (3 + j\sqrt{3}) \frac{L_w}{8L_{sh}}. \end{aligned}$$

По модулю получаем выражение

$$\frac{\Phi'_{out}{}^A}{\Phi'_0{}^A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{L_w}{2L_{sh}}. \quad (53)$$

**Утверждение 3.** При двухфазном КЗ обмоток крайнего и центрального стержней поток выпучивания является односторонним и оказывается в  $2/\sqrt{3} = 1,15$  раз меньшим по сравнению с потоком выпучивания при симметричном трехфазном КЗ.

При этом в A- и B-стержнях возникают сверхпотоки, превышающие поток х.х.  $\Phi_0$ . Действительно, после подстановки  $\dot{i}'_a{}^A$  в (21) для потока в A-стержне можно написать:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}'_{leg}{}^A &= \frac{1}{k_0} \left( \dot{U}'_a{}^A + \frac{j\omega L_a}{2} \dot{i}'_a{}^A \right) = \\ &= \left( 1 + \frac{L_a}{4L_{sh}} \right) \frac{\dot{U}'_a{}^A}{k_0} - \frac{L_a}{4L_{sh}} \frac{\dot{U}'_a{}^B}{k_0}, \end{aligned}$$

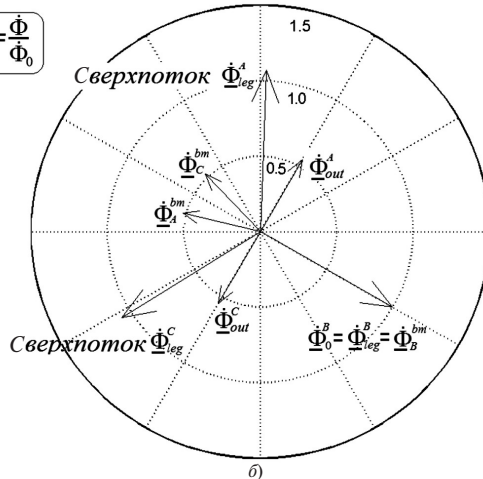
или с учетом (38)

$$\dot{\Phi}'_{leg}{}^A = \left( 1 + \frac{L_a}{4L_{sh}} \right) \dot{\Phi}'_0{}^A - \frac{L_a}{4L_{sh}} \dot{\Phi}'_0{}^B.$$

В относительных единицах

$$\frac{\dot{\Phi}'_{leg}{}^A}{\dot{\Phi}'_0{}^A} = \left( 1 + \frac{L_a}{4L_{sh}} \right) - \frac{L_a}{4L_{sh}} \frac{\dot{\Phi}'_0{}^B}{\dot{\Phi}'_0{}^A},$$

или



**Рис. 4.** Потоки выпучивания и потоки в стали при двухфазном КЗ A- и B-фаз (а) и двухфазном КЗ крайних A- и C-фаз трансформатора с соединением обмоток Y/Y (б)

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^A}{\dot{\Phi}_0^A} = \left(1 + \frac{L_a}{4L_{sh}}\right) - \frac{L_a}{4L_{sh}} e^{-j2\pi/3}. \quad (54)$$

Учитывая, что  $L_a \ll L_{sh}$ , для действующих значений получаем сверхпоток (рис. 4,а):

$$\frac{\Phi_{leg}^A}{\Phi_0} \approx \left(1 + \frac{3L_a}{8L_{sh}}\right). \quad (55)$$

Аналогично можно показать, что в  $B$ -стержне

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^B}{\dot{\Phi}_0^B} = \left(1 + \frac{3L_a}{8L_{sh}}\right) - j \frac{\sqrt{3}L_a}{8L_{sh}} \quad (56)$$

и, как и в  $A$ -стержне, имеет место сверхпоток (рис. 4,а):

$$\frac{\Phi_{leg}^B}{\Phi_0} \approx \left(1 + \frac{3L_a}{8L_{sh}}\right). \quad (57)$$

На основании (21) нетрудно убедиться, что вследствие  $\dot{i}_a^C = 0$  в  $C$ -стержне

$$\frac{\dot{\Phi}_{leg}^C}{\dot{\Phi}_0} = 1 \quad (58)$$

и сверхпотока в нем в рассматриваемом режиме КЗ не возникает. Рассчитанные по схеме (рис. 3) потоки на стыке фазных зон также представлены на рис. 4,а. Как видно, в отличие от симметричного КЗ они не являются антипотоками, достигая при этом значения, превышающего на 50% значения потока х.х.

Сверхпотоки при двухфазном КЗ обмоток крайних стержней. В этом случае на схеме (рис. 3) со-

противления  $Z'_A = Z'_C = 0$ ,  $Z'_B = \infty$  и токи согласно (36) равны:

$$\begin{aligned} \dot{i}_a^A &= -\dot{i}_b^A = \frac{\dot{U}_a^A - \dot{U}_a^C}{2Z_{sh}}; \\ \dot{i}_a^A &= -\dot{i}_b^A = 0; \\ \dot{i}_a^C &= -\dot{i}_b^C = -\frac{\dot{U}_a^A - \dot{U}_a^C}{2Z_{sh}}. \end{aligned} \quad (59)$$

Векторная диаграмма (рис. 4,б) показывает, что, как и в предыдущем случае, сверхпотоки имеют место в стержнях короткозамкнутых обмоток. Отличие состоит в появлении двух потоков выпучивания. В обоих случаях КЗ (рис. 4,а и б) модули потоков выпучивания совпадают, как и значения по модулю потоков на стыках.

**Распределение функции потока с первичными внутренними обмотками.** Семейство кривых функции потока  $\Phi(x) = |\Phi(x)|$ , отнесенной к потоку х.х.

$\Phi_0$ , для рассмотренных выше режимов х.х., трехфазного и двухфазных КЗ трансформатора с параметрами, приведенными в П р и м е ч а н и и 3, построены на рис. 5. Принято  $\Phi(0) = 0$ , что согласуется с естественным условием для напряженности электрического поля  $E(0) = 0$  [11]. Кривая 3 (для случая КЗ между фазами  $A$  и  $B$ ) совпадает с кривой 1 режима х.х. в зоне  $C$ -обмотки, находящейся в разомкнутом состоянии. Кривая 4 (для случая КЗ между крайними фазами  $A$  и  $C$ ) совпадает с кривой 3 в зоне  $A$ -обмотки. Представленное семейство иллюстрирует существование двух  $AE\Phi$ -инвариантных поверхностей для модулей величин векторного потенциала  $A(x)$ , напряженности электрического

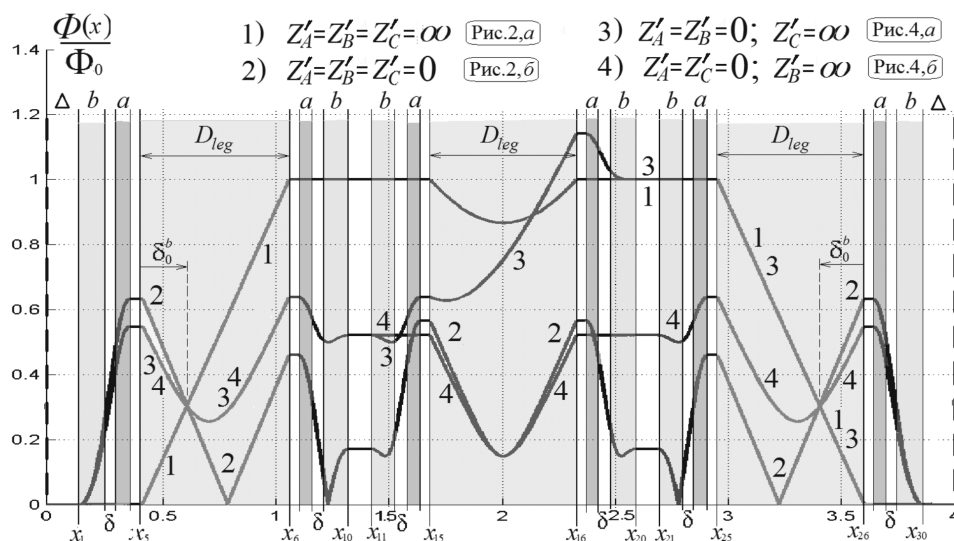


Рис. 5. Кривые распределения функции потока: 1 – при х.х.; 2 – симметричном КЗ; 3 – КЗ фаз  $A$  и  $B$ ; 4 – КЗ фаз  $A$  и  $C$

поля  $\dot{E}(x)$  и функции  $\dot{F}(x)$ , связанных зависимостями:

$$\dot{E}(x) = -j\omega\dot{A}(x); \quad \dot{F}(x) = I_0\dot{A}(x). \quad (60)$$

Инвариантность означает, что эти величины на поверхностях, находящихся на расстоянии  $d_0^b$  от края стержня, не зависят от нагрузок на внешних  $b$ -обмотках. Формула для величины  $d_0^b$  совпадает с выражением, приведенным в [13].

**П р и м е ч а н и е 5.** Аналогичным образом, т.е. внутри крайних сердечников на расстоянии  $d_0^b$  от их края, располагаются  $AE\Phi$ -инвариантные поверхности и в случае соединения обмоток Y/D.

**П р и м е ч а н и е 6.** Переход к модели реального трехстержневого трансформатора осуществляется путем добавления к идеализированной схеме замещения четырех нелинейных поперечных ветвей намагничивания для каждой фазы на крайних стержнях и восьми для фазы центрального стержня, как это делалось в предыдущих частях для учета потерь и насыщения в сердечниках однофазных стержневого и броневого трансформаторов.

**Заключение.** Выявленные на основе разработанной тополого-анатомической схемы замещения трехстержневых трансформаторов закономерности относительно потоков выпучивания и потоков в стали при симметричных и несимметричных КЗ важны как с точки зрения понимания условий их работы в аварийных режимах при отсутствии нейтральных проводов, так и для сравнения их с особенностями работы трансформаторов при наличии нейтральных проводов, что является темой следующей части.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Электродинамическая** стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях/Под ред. А.И. Лурье. М.: Знак, 2005, 520 с.
2. **Силовые трансформаторы.** Справочная книга/Под ред. С.Д. Лизунова и А.К. Лоханина. М.: Энергоиздат, 2004. 616 с.
3. **Electromagnetic transient-type transformer models for geomagnetically-induced current (GIC) studies.** Palo Alto (CA): EPRI; 2013. 3002000832.
4. **Ларин В.С.** Вопросы трансформаторостроения на 44-й сессии СИГРЭ. — Электричество, 2013, № 5, с. 51–63.

5. **Chen X, Venkata S.S.** A three-phase three-winding core-type transformer model for low-frequency transient studies. — IEEE Trans Power Deliv 1997;12(2):775–82. 0885-8977/97/\$10.00.

6. **Martinez JA, Walling R, Mork BA, Martin-Arnedo J, Durbak D.** Parameter determination for modeling system transients. Part III: Transformers. — IEEE Trans Power Deliv 2005;20(3):2051–62 [Электрон. ресурс] <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2005.848752> (дата обращения 05.03.2020).

7. **Chiesa N, Mork B.A, Høidalen H.K.** Transformer model for inrush current calculations: Simulations, measurements and sensitivity analysis. — IEEE Trans Power Deliv 2010;25(4):2599–608 [Электрон. ресурс] <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2010.2045518> (дата обращения 05.03.2020).

8. **Mork B.A, Gonzalez F, Ishchenko D, Stuehm D.L, Mitra J.** Hybrid transformer model for transient simulation—Part I: Development and parameters. — IEEE Trans Power Deliv 2007;22(1):248–55 [Электрон. ресурс] <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2006.883000> (дата обращения 05.03.2020).

9. **Høidalen H.K, Chiesa N, Avendaco A, Mork B.A.** Developments in the hybrid transformer model — Core modeling and optimization. In: Int. conf. power systems transients, Delft, the Netherlands; 2011, 122 p.

10. **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System Transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch. 4, pp.177–250.

11. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 2. — Электричество, 2014, № 10, с. 53–65.

12. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 4. «Анатомия» трансформатора. — Электричество, 2017, № 3, с. 37–49.

13. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 10. Стержневые трансформаторы. — Электричество, 2020, № 3, с. 39–50.

14. **Шакиров М.А., Ткачук А.А.** Ф-инвариантные поверхности в обмотках броневого двухобмоточного трансформатора. — Изв. ПГУПС, 2018, вып. 4, с. 643–659.

15. **Шакиров М.А., Ткачук А.А.** Универсальные характеристики магнитного потока в броневого трансформаторе. — Изв. НТЦ единой энергетической системы, 2019, № 2 (81), с. 113–128.

16. **Васютинский С.В.** Вопросы теории и расчета трансформаторов. М.: Энергия, Ленинградское отделение, 1970, 432 с.

17. **Сергеев Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А.** Электрические машины. Трансформаторы/Под ред. И.П. Копылова. М.: Высшая школа, 1989, 352 с.

[24.03.2020]



**Автор: Шакиров Мансур Акмелович** — доктор техн. наук, профессор Высшей школы высоковольтной энергетики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

## The Poynting Vector and the New Theory of a Transformer. Part 11. Three-Phase Three-Core Transformers without a Neutral Wire

**SHAKIROV Mansur A.** (Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia) — Professor of the Higher School of High Voltage Energy, Dr. Sci. (Eng.)

*A topological equivalent circuit for a three-phase three-core transformer reflecting the spatial structure of its magnetic system is developed. Owing to this approach, it became possible to represent the magnetic fluxes of the magnetic circuit's all main sections and the apertures for each of three phases directly in the circuit in the absence of the windings' neutral wires. The circuit is constructed by stitching together the anatomical circuit models of single-phase transformers obtained in the previous parts with taking into account the relationships between the fluxes at the junctions of the phase zones in iron. Its validity is confirmed by the rigor nature of the physical and mathematical relations for idealized transformers with infinite magnetic permeability of iron and simplified magnetic field patterns, which corresponds to the generally accepted approach with neglecting the magnetization currents. The difference lies in the fact that the developed model takes into account the heterogeneity of magnetization in different parts of the magnetic circuit with allocating more than 30 sections in the iron and apertures. The transition to the model of a real three-core transformer is carried out by adding four nonlinear transverse magnetization branches in each extreme phase zone and eight branches in the central phase zone to the idealized equivalent circuit. It is shown that in cases of winding connections without neutral wires, there is no flux of the Poynting vector in interphase zones in any unbalanced mode. In this case, the problems connected with the occurrence of fluxes exceeding the no-load fluxes under the conditions of symmetric and asymmetric short circuits, as well as the occurrence of buckling fluxes in these modes in the region outside the transformer iron, are solved.*

**Key words:** three-core transformer, primary and secondary windings, magnetic flux, equivalent circuit, short-circuit fault, Poynting vector, vector potential, electric field strength

#### REFERENCES

1. **Elektrodinamicheskaya stoykost' transformatorov i reaktorov pri korotkikh zamykaniyakh/Pod red. A.I. Lur'ye** (Electrodynamic Resistance of Transformers and Reactors at Short Circuits/Ed. A.I. Lurie). M.: Znak, 2005, 520 p.
2. **Silovyye transformatory. Spravochnaya kniga/Pod red. S.D. Lizunova i A.K. Lokhanina** (Power transformers. Reference book/Ed. S.D. Lizunov and A.K. Lokhanin). M.: Energoizdat, 2004. 616 p.
3. **Electromagnetic transient-type transformer models for geomagnetically-induced current (GIC) studies**. Palo Alto (CA): EPRI; 2013. 3002000832.
4. **Larin V.S. Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)**, 2013, No. 5, pp. 51–63.
5. **Chen X, Venkata S.S.** A three-phase three-winding core-type transformer model for low-frequency transient studies. – IEEE Trans Power Deliv 1997;12(2):775–82. 0885-8977/97/\$10.00.
6. **Martinez JA, Walling R, Mork BA, Martin-Arnedo J, Durbak D.** Parameter determination for modeling system transients. Part III: Transformers. – IEEE Trans Power Deliv 2005;20(3):2051–62 [Elektron. resource] <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2005.848752> (Date of appeal 05.03.2020).
7. **Chiesa N, Mork B.A, Hoidalen H.K.** Transformer model for inrush current calculations: Simulations, measurements and sensitivity analysis. IEEE Trans Power Deliv 2010;25(4):2599–608 [Elektron. resource] <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2010.2045518> (Date of appeal 05.03.2020).
8. **Mork B.A, Gonzalez F, Ishchenko D, Stuehm D.L, Mitra J.** Hybrid transformer model for transient simulation—Part I: Development and parameters. – IEEE Trans Power Deliv 2007;22(1):248–55 [Elektron. resource] <https://doi.org/10.1109/TPWRD.2006.883000> (Date of appeal 05.03.2020).
9. **Hoidalen H.K, Chiesa N, Avendaco A, Mork B.A.** Developments in the hybrid transformer model – Core modeling and optimization. In: Int. conf. power systems transients, Delft, the Netherlands; 2011, 122 p.
10. **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System Transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch.4, pp.177–250.
11. **Shakirov M.A. Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)**, 2014, No. 10, pp. 53–65.
12. **Shakirov M.A. Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)**, 2017, No. 3, pp. 37–49.
13. **Shakirov M.A. Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)**, 2020, No. 3, pp. 39–50.
14. **Shakirov M.A., Tkachuk A.A. Izv. PGUPS – in Russ. (News of the St. Petersburg State University of Railway Engineering)**, 2018, iss. 4, pp. 643–659.
15. **Shakirov M.A., Tkachuk A.A. Izv. NTTs edinoy energeticheskoy sistemy – in Russ. (News of the Scientific-Technical Center of the Unified Energy System)**, 2019, No. 2 (81), pp. 113–128.
16. **Vasyutinskiy S.V. Voprosy teorii i rascheta transformatorov** (Questions of theory and calculation of transformers). M.: Energiya, Leningradskoye otdeleniye, 1970, 432 p.
17. **Sergeyenko B.N., Kiselev V.M., Akimova N.A. Elektricheskiye mashiny. Transformatory/Pod red. I.P. Kopylova** (Electric cars. Transformers/Ed. I.P. Kopylov). M.: Vysshaya shkola, 1989, 352 p.

[24.03.2020]