

Математические модели магнитоэлектрических вентильных двигателей

АФАНАСЬЕВ А.А.
ЧГУ, Чебоксары, Россия

Рассматриваются в координатах dq математические модели вентильных двигателей с постоянными магнитами, токи и напряжения которых за счёт широтно-импульсной модуляции принимаются синусоидальными. В моделях с двумя уравнениями состояния ток статора представлен только поперечной составляющей, переменный угол нагрузки присутствует в явной или скрытой форме. Эти уравнения наиболее близки к аналогичным уравнениям коллекторных двигателей постоянного тока. Модели третьего порядка содержат обе составляющие тока статора, угол нагрузки в них фиксируется как постоянный или же, изменяясь, обеспечивает единичное значение коэффициента мощности для произвольной нагрузки. Модели в виде уравнений состояния соответствующего порядка, реализуемые в математической программе MathCad, иллюстрируют возможные функциональные режимы двигателя и указывают пути их возможных реализаций известными из практики средствами.

Ключевые слова: вентильные двигатели, постоянные магниты, уравнения состояния, угол нагрузки, электромагнитный момент, частота тока, коэффициент мощности

Вентильные двигатели с постоянными магнитами за счёт широтно-импульсной модуляции (ШИМ) преобразователя частоты и цепей фильтрации имеют в обмотке статора практически синусоидальные ток и напряжение, фазные углы которых аппаратными и программными средствами могут быть связаны с угловым положением ротора. Будем рассматривать возможные математические модели таких двигателей, абстрагируясь от ШИМ технологии и технических средств, связывающих управление напряжением или током в обмотке статора с положением ротора.

Математические модели в координатах dq в виде уравнений состояния 2-го порядка. Целесообразно, как у коллекторных двигателей постоянного тока, вводить ток в каждую фазную обмотку статора в противофазе с её ЭДС холостого хода. В этом случае в токе статора отсутствует продольная составляющая i_d , а электромагнитный момент максимален для данного значения тока. Выберем положительное направление оси q совпадающим с направлением вектора ЭДС холостого хода E_{0m} . Ось d отстаёт от оси q на 90° [1]. В координатах d, q потокоцепления обмотки будут равны:

$$\Psi_d = -L_{AM} I_M; \quad \Psi_q = -L_q i_q = L_q I, \quad (1)$$

где $I_M = H_{cB} h_M$; H_{cB} , h_M – соответственно коэрцитивная сила и высота магнита; I – амплитуда тока статора.

Модель, содержащая переменный угол нагрузки θ . Уравнения состояния двигателя имеют вид:

$$\frac{d\Psi_q}{dt} = -U_m \cos \theta - \omega \Psi_d - rI; \quad (2)$$

$$\frac{J d\omega}{p dt} = -\frac{3}{2} p \Psi_d I - M_c, \quad (3)$$

где U_m – амплитуда фазного напряжения на зажимах обмотки статора; J – суммарный момент инерции ротора и механизма на его валу; θ – угол нагрузки (угол между вектором фазного напряжения и направлением оси q , который при отсутствии продольного тока ($i_d=0$) в рассматриваемом режиме совпадает с углом коэффициента мощности φ .

К дифференциальным уравнениям (2), (3) следует добавить алгебраическое уравнение равновесия напряжения по оси d :

$$-U_m \sin \theta = \omega L_q I, \quad (4)$$

из которого следует выражение для угла нагрузки

$$\theta = \arcsin \frac{\omega L_q I}{U_m}. \quad (5)$$

При условии равенства углов θ и φ коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \sqrt{1 - (\omega L_q I / U_m)^2}. \quad (6)$$

Будем в дальнейшем рассматривать решения уравнений состояния вентильного двигателя приме-

нительно к серийному двигателю 6ДВМ 300 А35 [2]¹. Его индуктивные параметры ($L_d = L_q = 1,85 \cdot 10^{-3}$ Гн; $L_{AM} = 3,81 \cdot 10^{-5}$ Гн) найдены в результате расчёта двумерного магнитного поля в немагнитном пространстве между ферромагнитными сердечниками статора и ротора [3].

Из решения (2), (3) получены графики рис. 1, соответствующие режиму двигателя с номинальным моментом на валу при $U_m = \sqrt{2} \cdot 220$ В. Коэффициент мощности, близкий к единице, показан на рис. 2.

Модель, не содержащая угол нагрузки θ . Произведение $U_m \cos\theta = U_q$, равное в координатах d, q поперечной составляющей амплитуды напряжения статора, будем считать заданным параметром – напряжением питания обмотки статора. Тогда уравнения состояния:

$$\frac{d\Psi_q}{dt} = -U_q - \omega\Psi_d - rI; \tag{7}$$

$$\frac{J d\omega}{p dt} = -\frac{3}{2} p\Psi_d I - M_c. \tag{8}$$

Уравнения (7) и (8) по структуре совпадают с аналогичными уравнениями коллекторного двигателя постоянного тока.

Кривые на рис. 3 и 4 характеризуют ток, его угловую частоту и коэффициент мощности для рассматриваемой модели при тех же исходных данных, что и в предыдущей модели. Видим, что показанные кривые отличаются по сравнению с предыдущими большей колебательностью.

Математические модели в координатах d, q в виде уравнений состояния 3-го порядка. Потокосцепления обмотки статора:

$$\Psi_d = -L_{AM} I_M + L_d i_d; \quad \Psi_q = L_q i_q. \tag{9}$$

Модель, содержащая постоянный угол нагрузки θ . Уравнения состояния имеют вид:

$$L_d \frac{di_d}{dt} = U_m \sin\theta + \Psi_q \omega - r i_d; \tag{10}$$

$$L_q \frac{di_q}{dt} = -U_m \cos\theta + \Psi_d \omega - r i_q;$$

$$\frac{J d\omega}{p dt} = \frac{3}{2} p(\Psi_d i_d - \Psi_q i_q) - M_c. \tag{11}$$

Решая эти уравнения, можно убедиться, что токи и частота при заданной амплитуде напряже-

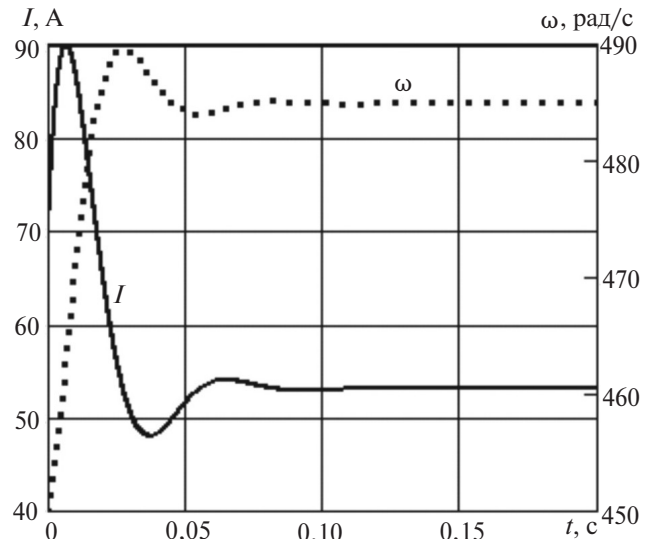


Рис. 1. Амплитуда тока статора и угловая скорость вращения двигателя при номинальном моменте на валу

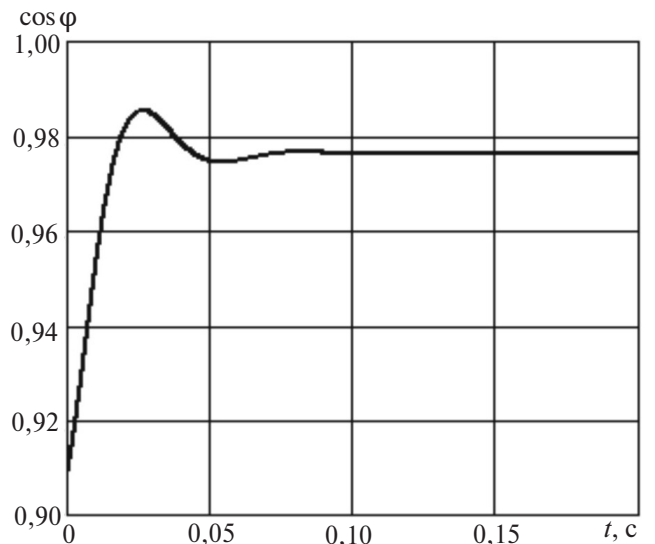


Рис. 2. Коэффициент мощности при номинальном моменте на валу

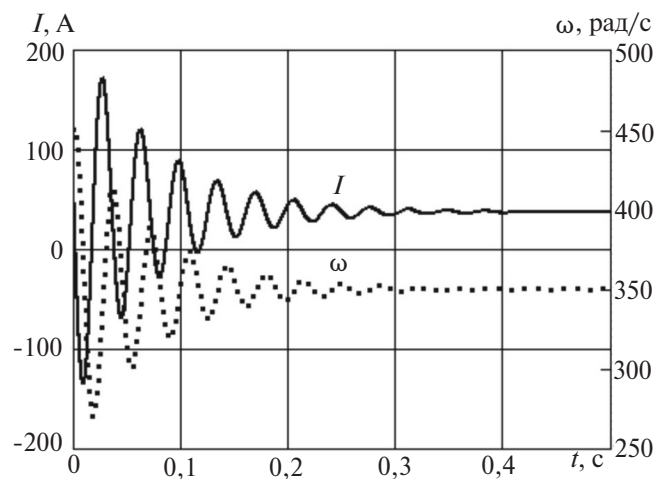


Рис. 3. Амплитуда и угловая частота тока

¹ 6ДВМ 300 А35: $D_i = 0,126$ м; $l = 0,15$ м; $2p = 4$; $q = 2$; $a = 4$; $w = 56$; $H_{cB} = 800$ кА/м; $h_M = 7,3$ мм.

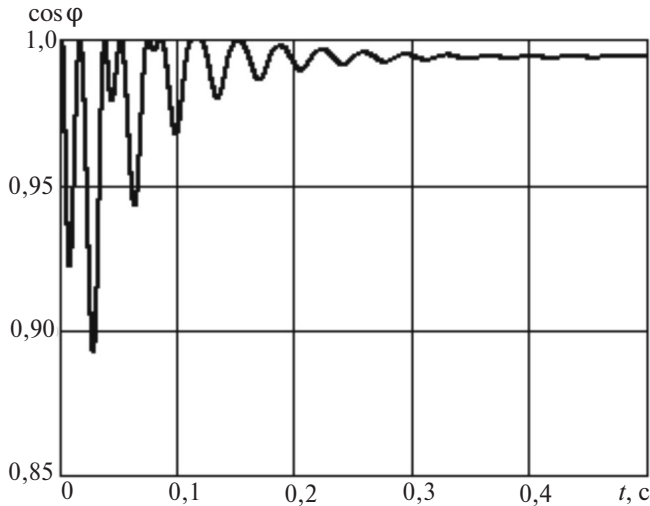


Рис. 4. Коэффициент мощности

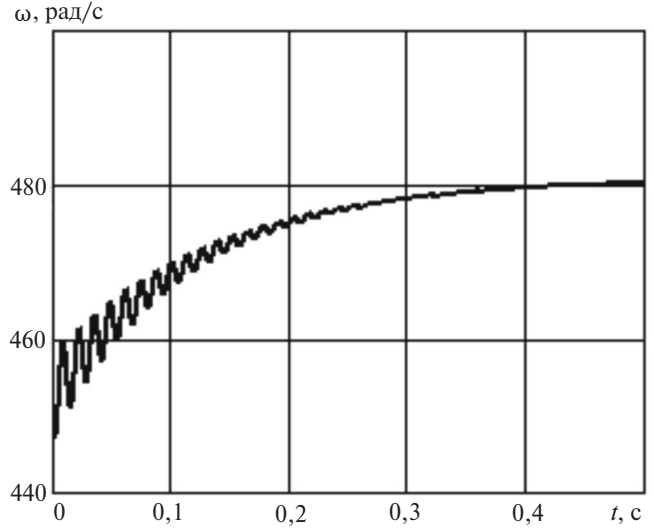


Рис. 6. Частота тока статора при номинальном моменте и значении $\theta_k = \pi/14,7$ рад

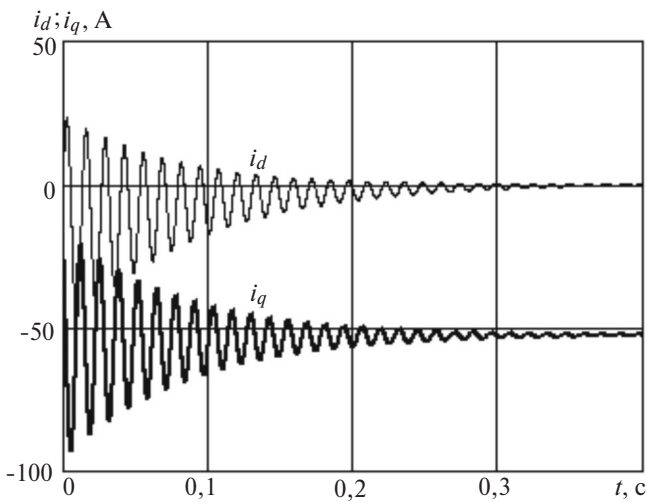


Рис. 5. Составляющие тока статора при номинальном моменте и значении $\theta_k = \pi/14,7$ рад

ния U_m существенно зависят от фиксированного параметра θ и момента нагрузки на валу M_c . Можно найти некоторое значение θ_k , при котором продольный ток i_d в установившемся режиме при заданном M_c будет отсутствовать. На графиках рис. 5 и 6 показаны токи и частота при $U_m = 220$ В, номинальном $M_c = 70$ Н·м и $\theta_k = \pi/14,7$ рад. Видим, что кривая продольного тока i_d стремится к нулю.

В установившемся режиме при $i_d = 0$ коэффициент мощности $\cos \varphi = \cos \theta_k = 0,977$.

Модель с углом нагрузки θ , обеспечивающим единичный коэффициент мощности. Из векторной диаграммы рис. 7 следуют выражения для угла нагрузки θ и фазового угла ψ амплитуды тока статора I :

$$\operatorname{tg} \theta = u_d / u_q; \operatorname{tg} \psi = i_d / i_q. \quad (12)$$

При одинаковых углах θ и ψ векторы амплитуд напряжения \dot{U}_m и тока \dot{I} будут совпадать по фазе.

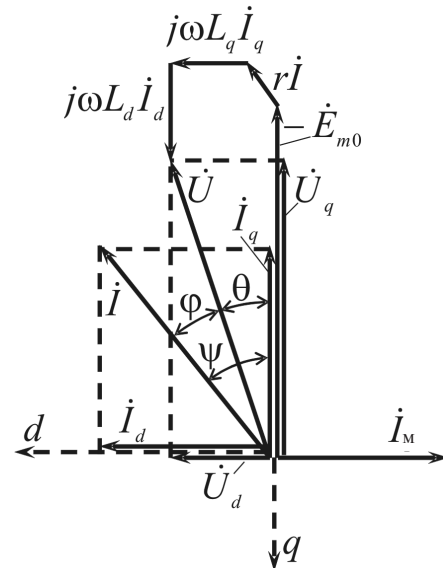


Рис. 7. Векторная диаграмма вентиляльного двигателя

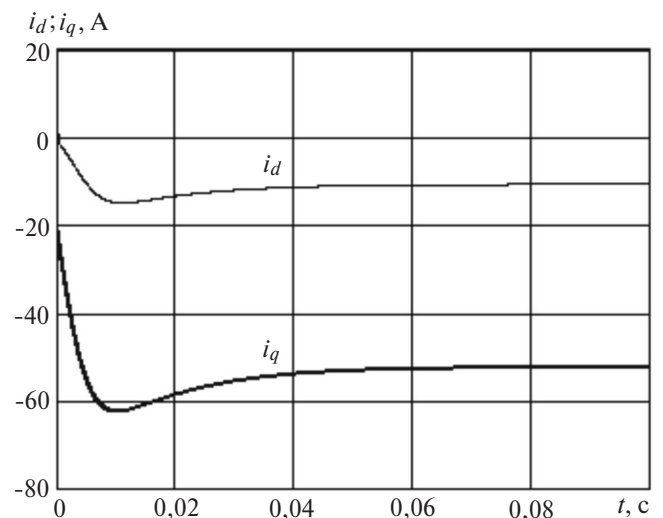


Рис. 8. Составляющие тока статора

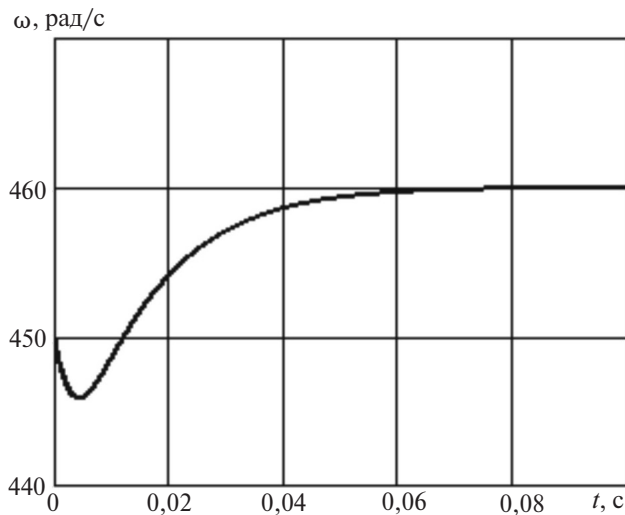


Рис. 9. Частота тока статора

В этом случае уравнения (10) равновесия напряжений статора будут иметь вид:

$$L_d \frac{di_d}{dt} = -U_m \frac{i_d}{\sqrt{i_d^2 + i_q^2}} + \Psi_q \omega - r i_d; \quad (13)$$

$$L_q \frac{di_q}{dt} = U_m \frac{i_q}{\sqrt{i_d^2 + i_q^2}} - \Psi_d \omega - r i_q.$$

Результаты решения уравнений состояния (11), (13) для номинального момента на валу: $M_c = 70$ Нм, $U_m = 220$ В; $J = 0,04$ кгм², представлены на рис. 8 и 9. Видим, что у кривых переходного процесса в отличие от предыдущих моделей отсутствует колебательность.

Для значений тока i_A и напряжения u_A фазы A в естественных (фазных) координатах справедливы выражения [1]:

$$\begin{aligned} i_A &= i_d \cos \omega t - i_q \sin \omega t; \\ u_A &= u_d \cos \omega t - u_q \sin \omega t, \end{aligned} \quad (14)$$

где $u_d = -U_m \sin[\arccos(i_q / \sqrt{i_d^2 + i_q^2})]$;

$u_q = -U_m \cos[\arcsin(i_d / \sqrt{i_d^2 + i_q^2})]$.

По (14) на рис. 10 построены кривые тока и напряжения фазы A обмотки статора, которые показывают, что коэффициент мощности двигателя практически равен единице.

Из описания этой модели следует, что угол нагрузки изменяется, адаптивно обеспечивая наивысшее значение коэффициента мощности, причём независимо от значения нагрузки на валу.

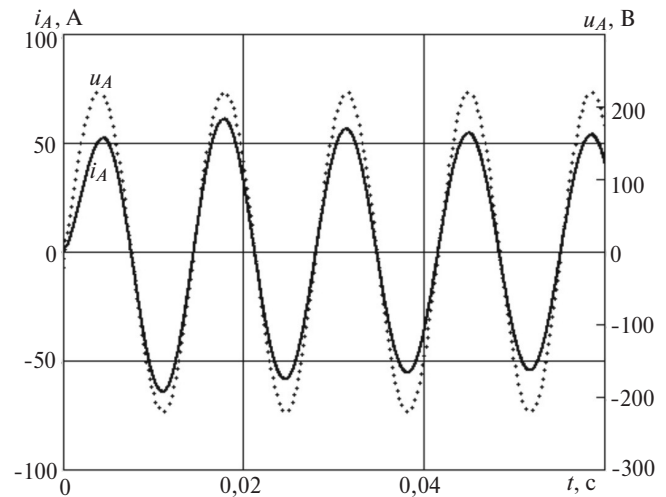


Рис. 10. Ток и напряжение в фазных координатах

Выводы. 1. Наиболее простыми моделями из двух уравнений состояния являются модели с отсутствием продольной составляющей тока статора (ток представлен своей амплитудой), которые обеспечивают максимальное значение электромагнитного момента с коэффициентом мощности, близким, но не равным единице. Переменный угол нагрузки в них представлен в явной или скрытой форме. Эти модели наиболее близки к моделям коллекторных двигателей постоянного тока.

2. В двух версиях (в координатах dq) модели 3-го порядка присутствуют обе составляющие тока статора и угол нагрузки. В первой версии угол нагрузки является константой, при правильном выборе которой можно исключить продольный (реактивный) ток для заданной нагрузки. Во второй версии угол нагрузки изменяется, обеспечивая единичное значение коэффициента мощности при произвольной нагрузке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Постников И.М. Обобщённая теория и переходные процессы электрических машин. М.: Высшая школа, 1975, 319 с.
2. Жуков В.П., Нестерин В.А. Высокомомментные вентильные электродвигатели серии 5ДВМ. — Электротехника, 2000, № 6, с. 19–21.
3. Афанасьев А.А. Аналитические и численные методы решения задач электромеханики на основе комплексного магнитного потенциала. Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2017, 430 с.



та.

[27.07.2020]

А в т о р: **Афанасьев Александр Александрович** — доктор техн. наук, профессор Чувашского государственного университета.

The Mathematical Models of Converter Fed Permanent Magnet Motors

AFANAS'YEV Alexander A. (*Chuvash. State University, Cheboksary, Russia*) –Professor, Dr. Sci. (Eng.)

The mathematical models of converter fed permanent magnet motors written in the coordinate axes are considered. Owing to pulse-width modulation, the currents and voltages of the motors are assumed to be sinusoidal. In the models with two state equations, the stator current is represented only by its quadrature-axis component, and the variable load angle appears in explicit or implicit form. These equations are most close to the similar equations of dc commutator motors. Third-order equations contain both stator current components; the load angle in them is fixed as constant one or varies to maintain the unity power factor for an arbitrary load. The models constructed in the form of state equations of the appropriate order, which are implemented in the MathCad software, illustrate possible functional regimes of the motor and indicate the ways of their possible implementations using means known from the practice.

Key words: converter fed motors, permanent magnets, state equations, load angle, electromagnetic torque, current frequency, power factor

REFERENCES

1. **Postnikov I.M.** *Obobshchonnaya teoriya i perekhodnyye protsessy elektricheskikh mashin* (Generalized theory and transient processes of electrical machines). M.: Vysshaya shkola, 1975, 319 p.
2. **Zhukov V.P., Nesterin V.A.** *Elektrotehnika – in Russ.* (*Electrical Engineering*), 2000, No. 6, pp. 19–21.

3. **Afnas'yev A.A.** *Analiticheskiye i chislennyye metody resheniya zadach elektromekhaniki na osnove kompleksnogo magnitnogo potentsiala* (Analytical and numerical methods for solving problems of electromechanics based on complex magnetic potential). Cheboksary: Chuvash. State University, 2017, 430 p.

[27.07.2020]