Электромагнитные моменты магнитного редуктора

АФАНАСЬЕВ А.А.

Рассматривается магнитный редуктор (МР) с трёхфазной обмоткой на статоре, питаемой от статического преобразователя частоты синусоидальным током, который находится в фазе или в противофазе с ЭДС холостого хода обмотки. В этом режиме МР будет иметь максимальные значения электромагнитных моментов валов, пропорциональные току статора. У такого редуктора не произойдет «опрокидывания» роторов до тех пор, пока преобразователь частоты при росте нагрузки способен наращивать свой ток. Электромагнитные моменты роторов МР (с регулируемым и нерегулируемым коэффициентами редукции) обусловлены наличием электромагнитного момента статора и жёстко связаны с ним через постоянные коэффициенты. У МР с преобразователем частоты все три момента прямо пропорциональны активному току обмотки статора. При его отсутствии электромагнитные моменты статора и роторов равны нулю. У такого редуктора электрический канал может работать в двигательном, генераторном режимах, а также сообщать редуктору свойства синхронного компенсатора. Предложены аналитические формулы для расчёта электромагнитных моментов редукторов с регулируемым и нерегулируемым коэффициентами редукции, имеющие однотипный вид. Для макетных образцов обоих типов редукторов получены опытные значения электромагнитных моментов, которые сопоставлены с данными аналитических и численных расчётов.

Ключевые слова: магнитный редуктор, трёхфазная обмотка, постоянные магниты, коэффициент редукции, магнитная проводимость модулятора

Наиболее известны два типа конструкции магнитных редукторов (МР). У МР первого типа трёхфазная обмотка в пазах одного из рабочих воздушных зазоров подключается к статическому преобразователю частоты (ПЧ) [1]. У МР второго типа источниками магнитного поля в двух рабочих воздушных зазорах являются постоянные магниты [2]. Первая конструкция в отличие от второй имеет регулируемый коэффициент магнитной редукции. Базовая конструкция второго типа также может иметь регулируемый коэффициент магнитной редукции, если магниты внешнего воздушного зазора жестко связаны с ротором регулируемого электродвигателя, обмотка статора которого подключается к ПЧ [3].

Ниже будет показано, что электромагнитные моменты роторов MP обоих типов могут быть рассчитаны по однотипным формулам.

Электромагнитные моменты MP с трёхфазной обмоткой на статоре. Рассматриваемая электрическая машина-редуктор имеет три канала управления: два механических (входной и выходной валы) и электрический (обмотку статора, питаемую через регулируемый статический ПЧ от сети переменного или постоянного тока). При работе магнитного редуктора в режиме мультипликатора наружный ротор является входным, а внутренний — выходным. В режиме, когда ПЧ обеспечивает питание катушек обмотки статора (они расположены на каждом зубце статора) постоянным током ($\omega = 0$), мощность входного и выходного валов одинакова:

$$M_1 \Omega_1 = M_2 \Omega_2; \ \frac{M_2}{M_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2},$$
 (1)

где $M_1, M_2, \Omega_1, \Omega_2, -$ электромагнитные моменты и значения частоты вращения соответственно входного и выходного валов.

Физические основы формирования электромагнитных моментов M_1 и M_2 базируются на взаимодействии независимых магнитных потоков статора и внутреннего ротора. А природа источников этих магнитных потоков (магниты, постоянный или переменный ток) в рассматриваемом процессе несущественна. Поэтому у магнитного редуктора на переменном токе, как и у редукторов с использованием постоянного тока или только постоянных магнитов, соотношение электромагнитных моментов M_1 и M_2 , учитывая различие в знаках, определяется формулой [1]:

$$\frac{M_1}{M_2} = -\frac{z}{z - p_1},$$
 (2)

где z — число стержней модулятора (тихоходного ротора); p_1 — число пар полюсов обмотки статора.

Следовательно, если известен момент одного из валов, то можно считать известным и момент дру-

гого вала. Значения частоты вращения валов Ω_1 и Ω_2 должны удовлетворять выражению [1]:

$$\Omega_2 = \frac{x}{z - p_1} \Omega_1 + \frac{\omega}{z - p_1},\tag{3}$$

где ω — угловая частота источника питания обмотки статора.

Умножим левую и правую части (3) на момент M_2 и с учетом соотношения моментов (2) получим

$$M_2 \Omega_2 = -M_1 \Omega_1 + M_2 \frac{\omega}{z - p_1}.$$
 (4)

Разница между $M_2 \Omega_2$ и $M_1 \Omega_1$ в (4), очевидно, представляет собой электромагнитную мощность синхронной машины P_3 , которой обменивается обмотка статора с питающей сетью:

$$P_{\mathfrak{H}} = M_{\mathfrak{H}} \frac{\omega}{p_1},\tag{5}$$

где M_{\ni} – электромагнитный момент, создаваемый обмоткой статора и воздействующий на сердечник статора; ω – частота тока статора. Следовательно, для второго слагаемого в правой части (4) справедливо равенство

$$M_2 \frac{\omega}{z - p_1} = M_9 \frac{\omega}{p_1}.$$
 (6)

Выражение (6) с учётом соотношения моментов (2) позволяет установить связь моментов M_1 и M_2 с электромагнитным моментом M_3 :

$$M_1 = -M_3 \frac{z}{p_1}; \quad M_2 = M_3 \frac{z - p_1}{p_1}.$$
 (7)

Из (7) следует принципиально важное равенство

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0, (8)$$

подтверждающее известный постулат механики о том, что для равновесия твёрдого тела необходимо, чтобы суммы всех сил, действующих на тело, и моментов этих сил равнялись нулю.

Формулы (7) также указывают на два важных вывода: электромагнитные моменты M_1 и M_2 будут всегда, если есть электромагнитный момент M_3 ; для определения электромагнитных моментов M_1 и M_2 по (7) достаточно найти момент M_3 .

Электромагнитный момент, действующий на статор с трёхфазной обмоткой, определяется по классической формуле [4]:

$$M_{\Im} = -\frac{3}{2} p_1 (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d).$$
(9)

Знак минус перед скобкой в (9) показывает, что этот момент противоположен по знаку и равен по

модулю моменту, приложенному к наружной поверхности модулятора, расположенной с другой стороны воздушного зазора. При использовании резольвера в схеме управления ПЧ ток статора может формироваться близким к синусоидальному, находящемуся в фазе (генераторный режим) или в противофазе (двигательный режим) с ЭДС холостого хода обмотки статора. Для этих режимов:

$$i_d = 0; \ i_q = \pm I_m; \ \Psi_d = -\frac{4}{\pi} L_{af} h_{\rm M} H_{cB}; \ \Psi_q = L_q i_q,$$
(10)

где верхний знак соответствует генераторному, а нижний — двигательному режимам статора синхронной машины; I_m — амплитуда тока статора; $h_{\rm M}$, H_{cB} — высота и коэрцитивная сила по индукции магнитов внутреннего ротора; L_q — индуктивность обмотки статора по поперечной оси;

$$L_{af} = \frac{\mu_0}{\pi\sqrt{2}} \hbar_1 \Lambda_{1m}'' w_1 k_{w1}$$
(11)

— индуктивность взаимоиндукции магнитов внутреннего ротора с обмоткой статора; $\Lambda_{1m}^{"}$ – амплитуда первой гармоники удельной магнитной проводимости (с размерностью 1/м) модулятора для поверхности расточки статора.

После подстановки (10) в (9) получим:

$$M_{\Im} = -\frac{3}{2} p_1 \Psi_d i_q = \pm \frac{6}{\pi} p_1 h_{\rm M} L_{af} H_{cB} I_m, \quad (12)$$

где верхний знак соответствует генераторному, а нижний — двигательному режимам статора синхронной машины.

Формула (12), а также (7) показывают, что моменты M_{\ni} , M_1 и M_2 прямо пропорциональны току статора и не имеют предельных «опрокидывающих» значений, которые наблюдаются у нерегулируемых магнитных редукторов с постоянными магнитами на статоре и при внутреннем роторе.

Для рабочих режимов совмещённой синхронной машины с магнитным редуктором справедливы векторные диаграммы, показанные на рис. 1. Из диаграммы двигательного режима на рис. 1, δ видно, что с ростом тока статора угол нагрузки θ синхронной машины увеличивается, но предельного значения, равного $\pi/2$, он достигает только при бесконечно большом значении тока статора ($\lim_{m\to\infty} \pi/2$).

Экспериментальный образец магнитного редуктора имеет параметры¹: $w_1 = 720$; $k_{w1} = 0,825$; $p_1 = 17$; z = 19; $\tau_1 = 0,014$ м; l = 0,17 м; $h_M = 7,3 \cdot 10^{-3}$ м;

¹ Магнитная проводимость основной гармоники модулятора найдена из численного расчёта [6].



Рис. 1. Векторные диаграммы двигательного режима совмещённой синхронной машины-редуктора: a – режим при отсутствии продольного значения тока статора; δ – векторная диаграмма с большим перегрузочным значением тока статора, превышающим номинальный уровень

 $\Lambda_{1m}^{"} = 74,2 \text{ м}^{-1}$; $H_{cB} = 800 \cdot 10^{3} \text{ А/м}$; $I_{m} = \sqrt{2} \cdot 5 \text{ А}$. После подстановки этих значений в (11), (12), (7) получим:

$$L_{af} = \frac{\mu_0}{\pi\sqrt{2}} h_1 \Lambda_{1m}^{"} w_1 k_{w1} = 0,0297 \cdot 10^{-3} \text{ FH};$$

$$M_3 = 38,82 \text{ H·M}; \quad M_1 = 44,51 \text{ H·M}, \quad M_2 = 4,69 \text{ H·M}.$$

При питании обмотки статора этого МР постоянным током 5 А от ПЧ измеренное в опыте значение электромагнитного момента M_1 модулятора составило 50 Н·м. Был сделан также численный расчёт² этого МР методом сопряжения конформных отображений.

На рис. 2 показаны результаты численного расчёта электромагнитных моментов МР с рассматриваемой обмоткой статора, обтекаемой постоян-



Рис. 2. Кривые электромагнитных моментов на валах МР (ротора, статора, модулятора), по обмотке статора которого протекает постоянный ток 5 А: $I - M_{\rm p}; 2 - M_{\rm cr}; 3 - M_{\rm MOZ}$

ным током 5 А. Видим, что они содержат высокочастотные пульсации, амплитуда которых соизмерима со значением электромагнитного момента быстроходного ротора.

Кривые магнитной индукции на поверхности магнитов внутреннего ротора и на средней окружности наружного воздушного зазора при токе 5 А в обмотке статора показаны на рис. 3. Импульсные выбросы индукции связаны с резким изменением МДС обмотки статора на краях полюсных зон.

Средние уровни индукции на поверхностях внутреннего ротора и снаружи модулятора составляют соответственно примерно 0,8 и 1,5 Тл.

Двигательный и генераторный режимы обмотки статора. При часто используемом соотношении числа стержней z модулятора и числа пар полюсов p_1 обмотки статора

$$z > p_1 \tag{13}$$

направления вращения роторов редуктора будут одинаковы.



Рис. 3. Распределение магнитной индукции на наружной поверхности магнитов внутреннего ротора (*1*) и на середине внешнего воздушного зазора (*2*) при постоянном токе статора 5 А

² Численный расчёт был сделан к.т.н. В.В. Ефимовым.

В зависимости от знака и значения моментов, прикладываемых к валам МР, возможны в соответствии с (8) четыре режима работы ПЧ, подключённого к обмотке статора:

при положительном значении электромагнитного момента M_{\ni} обмотка статора работает в генераторном режиме ($i_d = 0$; $i_q = +I_m$);

при отрицательном значении электромагнитного момента M_{\Im} обмотка статора работает в двигательном режиме ($i_d = 0$; $i_q = -I_m$). Угловая частота ω тока статора в этих режимах может быть положительной и отрицательной. При $\omega > 0$ направление вращения магнитного поля статора ω/p_1 будет противоположным, а при $\omega < 0$ согласным направлению вращения валов (Ω_1 и Ω_2);

при постоянном токе в обмотке статора (ω =0) магнитное поле статора неподвижно и участвует в создании электромагнитного момента M_{\Im} статора, воздействующего на сердечник статора и (с противоположным знаком) на наружную поверхность модулятора. От ПЧ статор получает активную мощность только для покрытия «омических» потерь в проводниках обмотки статора;

ток статора имеет только продольную составляющую: $i = \pm i_d$; $i_q = 0$. При $i_d > 0$ синхронная машина перевозбуждена и магнитный поток статора в наружном воздушном зазоре направлен встречно магнитному потоку в этом зазоре, созданному магнитами ротора. При $i_d < 0$ картина противоположная: из-за недовозбуждения синхронной машины указанные магнитные потоки направлены одинаково.

В обоих случаях углового сдвига между магнитными потоками (от разных источников) не происходит. В результате электромагнитный момент M_{\Im} , воздействующий на статорный сердечник, равен нулю (M_{\Im} =0). Тогда согласно (7) будут равны нулю и электромагнитные моменты ($M_1 = M_2 = 0$).

В указанном режиме совмещённая машина-редуктор работает как синхронный компенсатор – с отсутствием электромагнитных моментов на валах. При перевозбуждении обмотка статора потребляет от ПЧ опережающий ток, при недовозбуждении – отстающий.

Дифференциальные уравнения переходных режимов. Динамика рассматриваемого магнитного редуктора (например, применительно к ветростанции) описывается следующими дифференциальными уравнениями [5]:

$$L_q = \frac{di_q}{dt} = -U_m \cos\theta - \Psi_d \omega_p - ri_q; \quad (14)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega - \omega_{\rm p}; \tag{15}$$

$$J_1 \frac{d\Omega_1}{dt} = M_{\rm BK} - M_1; \ J_2 \frac{d\Omega_2}{dt} = M_2 - M_{\rm SF}, \quad (16)$$

где $U_{ml} = \frac{2}{\pi} E_{\Pi}$ – амплитуда первой гармоники напряжения синхронной машины; E_{Π} – выходное напряжение звена постоянного тока статического $\omega_{\rm p} = \mu (p_2 \Omega_2 - z \Omega_1)$ преобразователя частоты; (верхний знак соответствует генераторному, нижний – двигательному режимам); $p_2 = z - p_1 - число$ пар полюсов внутреннего ротора; $Ψ_d = -\frac{4}{\pi} L_{af} h_M H_{cB}; J_1, J_2$ – суммарные моменты инерции ветроколеса с тихоходным валом и ротора электрогенератора с быстроходным валом; $M_{\rm BK}$ – внешний момент, передаваемый тихоходному валу ветроколесом; $M_{2\Gamma}$ – внешний момент, прикладываемый к быстроходному валу со стороны электрогенератора.

Магнитоэлектрический магнитный редуктор. Электромагнитный момент, действующий на статор рассматриваемого магнитного редуктора [7],

$$M_{\Im} = \frac{p_1 l D}{2} \int_{0}^{2\tau_1} B_n H_{\tau} dx, \qquad (17)$$

где

$$B_n = \frac{4}{\pi} \mu_0 H_{cB} h_{m2} \Lambda''_{m1} \sin \frac{\pi}{\tau_1} x$$
(18)

 основная гармоника радиальной составляющей магнитной индукции в наружном воздушном зазоре, созданной магнитами внутреннего (скоростного) ротора;

$$H_{\tau} = -\frac{du_{\rm M1}}{dx} = -\frac{4}{\pi} \frac{\pi}{\tau_1} H_{cB} h_{\rm M1} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_1} x - \theta\right) \quad (19)$$

— основная гармоника тангенциальной составляющей напряжённости магнитного поля в наружном воздушном зазоре, созданной магнитами статора; $u_{\rm M1}$ — скалярный магнитный потенциал в наружном воздушном зазоре, вызванный магнитами статора; θ , град, — пространственный сдвиг в наружном воздушном зазоре между основными гармониками радиальных магнитных индукций магнитов статора и внутреннего ротора; l, D— активная длина и внутренний диаметр статора.

После подстановки равенств (18) и (19) в (17) получим:

$$M_{\mathfrak{H}} = -M_{\mathfrak{H},\max}\sin\theta,\tag{20}$$

где

$$M_{\text{3.max}} = \frac{8}{\pi} \mu_0 p_1 l D h_{\text{M1}} h_{\text{M2}} H_{cB}^2 \Lambda_{m1}'' . \qquad (21)$$

Электромагнитные моменты тихоходного M_1 и быстроходного M_2 роторов находим по (7). Угол нагрузки θ определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{d\theta}{dt} = z\Omega_1 - p_2\Omega_2, \qquad (22)$$

где значения частоты вращения роторов Ω_1 и Ω_2 вычисляются из (16).

Опытный экземпляр такого магнитного редуктора имеет параметры: $p_1 = 16$; $l = 25 \cdot 10^{-3}$ м; $D = 134 \cdot 10^{-3}$ м; $h_{M1} = 5,5 \cdot 10^{-3}$ м; $h_{M2} = 4,2 \cdot 10^{-3}$ м; $H_{cB} = 800 \cdot 10^3$ А/м; $\Lambda''_{m1} = 9,57$ м⁻¹. После подстановки их в (21) для максимального электромагнитного момента статора с учетом (7) получим:

$$M_{9 \text{ max}} = 24,27 \text{ H·m};$$

 $M_1 = -M_9 \frac{z}{p_1} = 24,27 \frac{19}{16} = 28,82 \text{ H·m};$
 $M_2 = M_9 \frac{z - p_1}{p_1} = -24,27 \frac{19 - 16}{16} = -4,55 \text{ H·m}.$

Опытное значение максимального значения электромагнитного момента M_1 (момента «опрокидывания» тихоходного вала) составило 30 Н·м. Поперечный разрез опытного МР показан на рис. 4.



Рис. 4. Поперечные геометрические размеры магнитоэлектрического МР

Был сделан также численный расчёт³ этого МР методом сопряжения конформных отображений. Результаты расчёта электромагнитных моментов и роторов показаны на рис. 5. Видим, что максимум



Рис. 5. Электромагнитные моменты при заторможенном модуляторе: сплошная кривая — электромагнитный момент M_1 модулятора; штриховая — электромагнитный момент M_2 быстроходного ротора

электромагнитного момента практически совпадает с данными опыта.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 18-48-210004р _поволжье_а.

_СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев А.А. Аналитические и численные методы решения задач электромеханики на основе комплексного магнитного потенциала. Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2017, 430 с.

2. Atallah K. and Howe D. A novel high-performance magnetic gear. – IEEE Transactions on Magnetics, 2001, vol. 37, No. 4, pp. 2844–2846.

3. Rasmussen P.O., Mortensen H.H., Matzen T.N., Jahns T.M., Toliyat H.A. Motor integrated permanent magnet gear with a wide torque-speed range. – ECCE 2009, pp. 1510 – 1518.

4. Важнов А.И. Переходные процессы в машинах переменного тока. Л.: Энергия, 1980, 256 с.

5. Аракелян А.К., Афанасьев А.А., Чиликин М.Г. Вентильный электропривод с синхронным двигателем и зависимым инвертором. М.: Энергия, 1977, 224 с.

6. Афанасьев А.А., Дмитренко А.М., Ефимов В.В. Магнитная проводимость модулятора магнитного редуктора. — Электротехника, 2017, № 7, с. 11–14.

7. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высшая школа, 1989, 312 с.

[29.07.2018]

Автор: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в МЭИ в 1991 г. Профессор кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета.

³ Также проведен к.т.н. В.В. Ефимовым.

Magnetic Reducing Gear's Electromagnetic Torques

AFANAS'YEV Aleksander A. (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

The article considers a magnetic reducing gear (MRG) with a three-phase winding on its stator, which is fed by a static frequency converter in the form of a sine-wave current that is in co- or counter-phase with the winding no-load EMF. When being set to operate in this mode, the MRG will produce the maximal values of shaft electromagnetic torques proportional to the stator current. Such reducing gear will be free from rotor stalling phenomena as long as the frequency converter is able to increase its current with a growth of load. The electromagnetic torques of the MRG rotors (with adjustable and non-adjustable reduction coefficients) are due to the stator electromagnetic torque and are rigidly linked with it via constant coefficients. All three torques produced by an MRG with a frequency converter are directly proportional to the stator winding active current. If there is no stator winding active current, the electromagnetic torques produced by the stator and rotors are equal to zero. The electrical channel of such reducing gear can operate as a motor and generator; it can also impart the synchronous condenser properties to the reducing gear. Analytical formulas for calculating the electromagnetic torques of reducing gears with adjustable and non-adjustable reduction coefficients, which have a similar form, are proposed. Experimental values of electromagnetic torques have been obtained for the mockup samples of both reducing gear types and compared with the analytical and numerical analysis data.

Key words: magnetic reducing gear, three-phase winding, permanent magnets, reduction coefficient, modulator permeance

REFERENCES

1. Afanas'yev A.A. Analiticheskiye i chislennye metody resheniya zadach elektromekhaniki na osnove kompleksnogo magnitnogo potentsiala (Analytic and numerical methods for solving electromechanical problems on the basis of complex magnetic potential). Cheboksary, Chuvash University, 2017, 430 p.

2. Atallah K. and Howe D. A novel high-performance magnetic gear. – IEEE Transactions on Magnetics, 2001, vol. 37, No. 4, pp. 2844–2846.

3. Rasmussen P.O., Mortensen H.H., Matzen T.N., Jahns T.M., Toliyat H.A. Motor integrated permanent magnet gear with a wide torque-speed range. – ECCE 2009, pp. 1510 – 1518.

4. Vazhnov A.I. Perekhodnye protsessy v mashinakh peremennogo toka (Valve electric drives with a synchronous motor and grid-controlled inverter). Leningrad, 1980, 256 p.

5. Arakelyan A.K., Afanas'yev A.A., Chilikin M.G. Ventil'nyi elektroprivod s sinkhronnym dvigatelem i zavisimym invertorom (Valve electric drive with synchronous motor and dependent inverter). Moscow, Energiya, 1977, 224 p.

6. Afanas'yev A.A., Dmitrenko A.M., Yefimov V.V. Elektrotekhnika – in Russ. (Electrical Engineering), 2017, No. 7, pp. 11–14.

7. **Ivanov-Smolenskiy A.V.** *Elektromagnitnye sily i preobrazovaniye energii v elektricheskikh mashinakh* (Electromagnetic forces and energy conversion in electrical machines). Moscow, Vysshaya shkola, 1989, 312 p.

[29.07.2018]