

## Сопротивления электротяговой сети однофазного переменного тока железных дорог

ФИГУРНОВ Е.П., БЫКАДОРОВ А.Л., ЖАРКОВ Ю.И.

РГУПС, Ростов-на-Дону, Россия

Герман Л.А.

Филиал СамГУПС, Нижний Новгород, Россия

Субханвердиев К.С.

РУТ (МИИТ), Москва, Россия

*При вычислении сопротивлений тяговой сети наибольшие сложности возникают из-за необходимости учета взаимных индуктивных связей между неодинаковыми проводниками многопроводной контактной сети, между рельсами, между проводниками и рельсами, между контактными сетями разных путей. Однако какими бы точными ни были способы учета этих связей, многочисленные допущения и неопределенности не позволяют гарантировать вычисление этих сопротивлений с погрешностью менее 5–10 %. При учете взаимных индуктивных связей удобно использовать упрощенную методику, в которой вместо рассмотрения каждой пары проводников оперируют усредненной зависимостью для каждой многопроводной сети в целом или усредненной зависимостью между двумя сетями. Такой подход практически не влияет на точность определения результирующих сопротивлений тяговой сети, но резко упрощает расчеты. Многопроводная сеть может быть представлена в виде совокупности контуров «проводник – земля». Приведены формулы для определения сопротивления результирующих контуров, когда в качестве проводника выступают многопроводные контактная или рельсовая сети. На основе таких контуров возможно определить индуктивно развязанные сопротивления контактной и рельсовой сетей для однопутных и двухпутных участков, с использованием которых строится схема замещения тяговой сети. При этом для рельсовой сети надо учесть утечку тока из рельсов в землю, что может быть выполнено с помощью специального коэффициента при индуктивно развязанном сопротивлении рельсовой сети. Приведена методика вычисления этого коэффициента.*

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** система тягового электроснабжения, тяговая сеть, взаимные индуктивные связи, контуры «проводник – земля», индуктивно развязанные сопротивления, утечка тока из рельсов в землю, схема замещения

При определении сопротивлений многопроводной тяговой сети переменного тока, состоящей из контактной (КС) и рельсовой (РС) сетей, приходится учитывать взаимные индуктивные связи между всеми проводниками КС, между всеми рельсами РС, между каждым из проводов КС и каждым из рельсов РС. Такой учет требует рассмотрения тяговой сети как совокупности большого числа контуров, например контуров, образованных совокупностью однопроводных линий, в качестве обратного провода которых используется земля [1, 2, 9, 10, 13, 14]. Рассмотрены для этой цели и другие контуры [1], однако за отсутствием каких-либо преимуществ такого подхода традиционно рассматриваются контуры «проводник – земля». Учет взаимоиндуктивных связей серьезно усложняет расчеты, особенно при числе проводов КС больше двух и наличии обратного (экранирующего) провода, присоединенного к РС. В последнем случае, например для двухпутного

участка, схема замещения тяговой сети между соседними опорами описывается матрицей 16-полюсника, и даже после всех возможных преобразований и упрощений схема замещения тяговой сети на участке между двумя тяговыми подстанциями описывается А-матрицей 6-полюсника [3]. Такое строгое научно обоснованное описание схемы замещения вполне оправдано для исследовательских целей, однако для повседневной инженерной и проектной практики требуются более простые решения, основанные на определенных и приемлемых допущениях.

Следует иметь в виду, что формулы для определения коэффициента взаимной индуктивности и индуктивности контуров «проводник – земля», используемые в [1–3, 10–12], являются «достаточно приближенными» [4]. Согласно [2] погрешность при их применении может достигнуть 5%. Кроме того, в расчетах не учитывается истинная температура проводов и рельсов,

сопротивление рельсов принимают постоянным, хотя оно нелинейно зависит от тока. Крайне приближенно учитывают влияние тока утечки из рельсов в землю через очень нестабильное переходное сопротивление «рельсы – шпалы – балластная призма – земляное полотно – земля», зависящее от погодных условий. Не учитываются возможные изменения вдоль трассы дороги, ширины междупутья, высоты подвеса проводов, влияние насыпей и выемок и т.п. Анализ погрешности от ряда указанных факторов приведен в [2], причем каждый из них вызывает погрешность от 1,5 до 5 %. Из этого следует, что какими бы точными ни были способы учета взаимной индуктивной связи, перечисленные условия, неопределенности и допущения не позволяют во всех случаях гарантировать вычисление сопротивления тяговой сети с погрешностью менее 5–10 %, поскольку последняя в значительной мере зависит от других факторов.

Это обстоятельство позволяет внести в методику расчета сопротивлений тяговой сети следующие допущения:

коэффициент взаимной индукции (или сопротивление взаимоиндукции) между любой парой проводников многопроводной сети принимается одинаковым и равным его среднему значению;

коэффициент взаимной индукции (или сопротивление взаимоиндукции) между любым проводником одной многопроводной сети и любым из проводников другой многопроводной сети принимается одинаковым и равным его среднему значению.

Принятые допущения резко упрощают вычисление сопротивлений тяговой сети. Для тех расстояний между проводниками, которые характерны для тяговой сети железных дорог, дополнительная погрешность от указанных допущений не превышает 1–2%, что на фоне погрешности от других факторов вполне допустимо. Следует также отметить, что использование последних двух допущений не является новым. Оно рекомендовано в [5], а в неявном виде было использовано еще в [1, 2]. Принятое там условие, что токи во всех рельсах одинаковы, является следствием первого из этих допущений. А условие, что сопротивления взаимоиндукции между рельсовой сетью и контактным проводом, несущим тросом, а также усиливающим проводом одинаковы, является следствием второго допущения.

В статье приведена обобщенная инженерная методика вычисления сопротивлений тяговой сети однофазного переменного тока, на основе которой могут быть составлены схемы замещения для расчета режимов работы систем тягового электроснабжения. В дальнейшем под  $z$  будем понимать комплексное собственное или взаимное сопротивление элементов тяговой сети, отнесенное к одному километру.

**Сопротивление контуров «проводник – земля».** Сопротивление контуров  $z_{п-3}$  и сопротивление взаимоиндукции  $z_m$  между двумя такими контурами можно представить в виде:

$$\begin{aligned} z_{п-3} &= r_a + jx_{внт} + j\omega L; \\ z_m &= j\omega M, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $L$  – внешний коэффициент самоиндукции (т.е. возникающий за счет магнитного поля вне проводника);  $M$  – коэффициент взаимной индукции между двумя контурами.

Подставив в (1) формулы *F. Pollaczek*, используемые в [1–3, 15, 16] для определения  $L$  и  $M$  таких контуров, и проведя несложные преобразования, величины  $z_{п-3}$  и  $z_m$ , Ом/км, можно привести к виду:

$$z_{п-3} = r_a + r_3 + jx_{внт} + j \frac{\omega \mu_0 \cdot 10^3}{2\pi} \ln \frac{D_3}{R}; \quad (2)$$

$$z_m = r_3 + j \frac{\omega \mu_0 \cdot 10^3}{2\pi} \ln \frac{D_3}{D}, \quad (3)$$

где  $r_3$  – сопротивление, учитывающее потери активной мощности от тока, протекающего в земле, Ом/км;  $D_3$  – эквивалентная глубина протекания тока в земле, м;  $R$  – эквивалентный радиус проводника, м;  $D$  – расстояние между осями проводников ( $D \gg R$ ), м.

Для вычисления значений  $r_3$  и  $D_3$  используют формулы:

$$\begin{aligned} r_3 &= \frac{\pi \omega}{2} \cdot 10^{-4}; \\ D_3 &= \frac{3,695}{2\sqrt{\omega \mu_0 \gamma_3}} = \frac{6,58}{\sqrt{f \gamma_3}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\gamma_3$  – проводимость земли, См/м.

Формулы (1) – (3) являются приближенными и могут использоваться с приемлемой точностью только для промышленной частоты и высоты подвеса провода над поверхностью земли не выше 20 м. Для этих условий при частоте 50 Гц имеем:

$$z_{п-3} = r_a + 0,05 + jx_{внт} + j0,0628 \ln \frac{93}{R\sqrt{\gamma_3}}; \quad (5)$$

$$z_m = 0,05 + j0,0628 \ln \frac{93}{D\sqrt{\gamma_3}}. \quad (6)$$

Контактная и рельсовая сети состоят из пучков параллельно соединенных проводников (контуров «проводник – земля»). Если какой-либо пучок состоит из  $q$  контуров, то в нем имеется  $q(q-1)/2$  пар проводников и, следовательно, столько же пар сопротивлений взаимоиндукции  $z_{m,ij}$  между  $i$ -м и  $j$ -м контурами. Среднее значение сопротивлений взаимоиндукции  $z_{m,q}$  между парами проводников в пучке равно:

$$z_{m,q} = \frac{2}{q(q-1)} \sum_{i=1}^{q-1} \sum_{j=i+1}^q z_{m,ij}. \quad (7)$$

Подставив в (7) формулу (6) при  $D = D_{ij}$ , получаем расчетные выражения для вычисления среднего значения сопротивления взаимоиндукции между парами проводников в их пучке:

$$z_{m,q} = 0,05 + j0,0628 \ln \frac{93}{D_q \sqrt{\gamma_3}} ; \quad (8)$$

$$D_q = \prod_{i=1}^{q-1} \prod_{j=i+1}^q D_{ij}^{\frac{2}{q(q-1)}} = \left[ \begin{array}{l} \text{Произведение различных} \\ \text{возможных расстояний} \\ \text{между каждой парой} \\ \text{проводников} \end{array} \right]^{\frac{2}{q(q-1)}} , \quad (9)$$

где  $D_q$  – среднее геометрическое расстояние между проводниками пучка из  $q$  параллельно соединенных проводников, м.

На рис. 1, а приведена схема, состоящая из пучка  $q$  параллельно соединенных проводников. Если принять, что сопротивление взаимной индукции между каждой парой проводников равно среднему значению  $z_{m,q}$ , то падение напряжения  $\dot{u}_{ab}$  между токами  $a$  и  $b$  можно записать:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{ab} &= \dot{I}_1 z_{i-3} + \dot{I}_1 z_{m,q} + \dots + \dot{I}_q z_{m,q} = \\ &= \dot{I}_1 z_{i-3} + (\dot{I} - \dot{I}_1) z_{m,q} + \dots + \dot{I}_q z_{m,q} = \\ &= \dot{I}_1 (z_{i-3} - z_{m,q}) + \dot{I} z_{m,q} . \end{aligned}$$

Этому уравнению соответствует схема, приведенная на рис. 1, б, в которой взаимные индуктивные связи между проводниками в явном виде отсутствуют. Результирующее или эквивалентное сопротивление  $z_{\Sigma,q-3}$  контура «пучок из  $q$  параллельно соединенных проводников – земля» (рис. 1, в) равно:

$$z_{\Sigma,q-3} = \frac{1}{\sum_{i=1}^q \frac{1}{z_{i-3} - z_{m,q}}} + z_{m,q} . \quad (10)$$

Если все  $q$  проводников в пучке одинаковы (например в линии электропередачи с расщепленными про-

водами или в рельсовой сети), то  $z_{1-3} = \dots = z_{i-3} = \dots = z_{q-3} = z_{n-3}$  и вместо (10) получим:

$$z_{\Sigma n-3} = \frac{z_{n-3} - (q-1)z_{m,q}}{q} . \quad (11)$$

Формулы (8), (9) и (10) или (8), (9) и (11) позволяют достаточно просто вычислить сопротивления контуров «контактная сеть – земля» и «рельсовая сеть – земля» при любом пучке проводов или рельсов, причем, по сравнению с более точными методами, погрешность результатов не превышает 1–2 %.

Среднее сопротивление взаимной индукции  $z_{m,qs}$ , Ом/км, между проводниками двух пучков, один из которых (например провода контактной сети) содержит  $q$  параллельно соединенных проводников, а другой (например рельсовая сеть) содержит  $s$  проводников, равно:

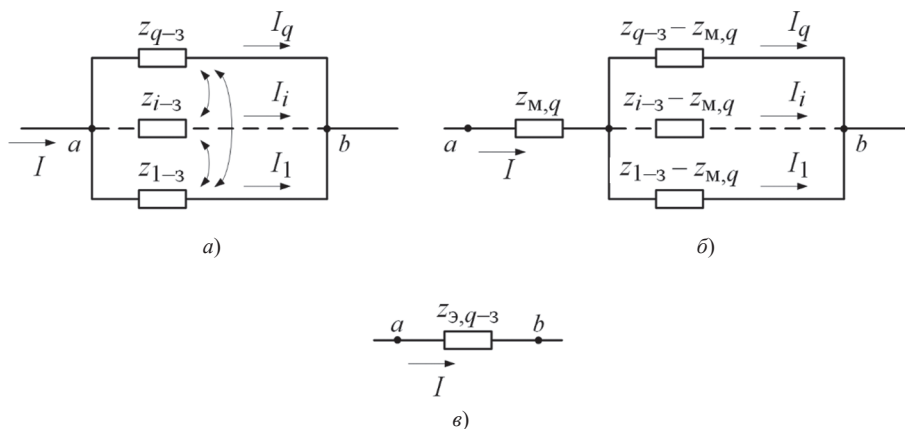
$$z_{m,qs} = \frac{1}{qs} \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^s z_{m,ij} , \quad (12)$$

где  $z_{m,ij}$  – сопротивление взаимной индукции между  $i$ -проводником первого пучка и  $j$ -проводником второго пучка при  $D = D_{ij}$ , вычисленным по (6).

Подставив в (12) вместо  $z_{m,ij}$  формулу (6), получаем расчетные выражения для вычисления среднего сопротивления взаимной индукции между двумя пучками проводников при частоте 50 Гц:

$$z_{m,qs} = 0,05 + j0,0628 \ln \frac{93}{D_{qs} \sqrt{\gamma_3}} ; \quad (13)$$

$$D_{qs} = \prod_{i=1}^q \prod_{j=1}^s D_{ij}^{\frac{1}{qs}} = \left[ \begin{array}{l} \text{Произведение расстояний} \\ \text{от каждого проводника} \\ \text{одного пучка до каждого из} \\ \text{проводников второго пучка} \end{array} \right]^{\frac{1}{qs}} . \quad (14)$$



**Рис. 1.** Замена пучка проводов одним эквивалентным:  $I_1, \dots, I_i, \dots, I_q$  – токи соответственно 1, ...,  $i$ , ...,  $q$ -го проводников;  $I$  – суммарный ток пучка;  $z_{1-3}, \dots, z_{i-3}, \dots, z_{q-3}$  – сопротивления 1, ...,  $i$ , ...,  $q$ -го проводников;  $z_{m,q}$  – среднее значение взаимной индукции между парами проводников пучка;  $z_{\Sigma,q-3}$  – эквивалентное сопротивление контура «пучок из  $q$  проводников – земля»

**Fig. 1.** Replacing a bundle of wires with one equivalent:  $I_1, \dots, I_i, \dots, I_q$  – currents, respectively, of 1, ...,  $i$ , ...,  $q$ -th conductors;  $I$  – the total current of the beam;  $z_{1-3}, \dots, z_{i-3}, \dots, z_{q-3}$  – resistances of 1, ...,  $i$ , ...,  $q$ -th conductors;  $z_{m,q}$  – the average value of mutual induction between pairs of conductors of the beam;  $z_{\Sigma,q-3}$  – the equivalent resistance of the contour «a bundle of  $q$  conductors – ground»

Вычисление средних геометрических расстояний выполняют, как правило, для усредненных габаритов тяговой сети на прямых участках пути, которая может иметь исполнение ТП, ТПУ или ТПУЭ, где ТП – контактная сеть, состоящая из несущего троса Т и контактного провода П; ТПУ – то же с усиливающим проводом У; ТПУЭ – то же с усиливающим проводом У и обратным (экранирующим) проводом Э, присоединяемым к рельсовой сети. Рельсовую сеть одного пути без обратного провода обозначим Р1, а двух путей – Р2. Если используются обратные провода, то обозначения принимают вид соответственно РЭ1 и РЭ2.

В табл. 1 и 2 приведены значения средних геометрических расстояний, характерные для отечественных железных дорог.

**Сопrotивления тяговой сети.** Электрическая схема единицы длины тяговой сети однопутного участка в упрощенном виде показана на рис. 2,а.

Сопrotивления  $z_{кc-3,1}$  для многопроводной контактной сети однопутного участка вычисляют по формуле (10), значение сопротивления  $z_{pc-3,1}$  – по формуле (10) или (11). Имея в виду, что  $\dot{I}_p = v_1 \dot{I}$ , запишем падения напряжения  $\dot{u}_{ab}$  и  $\dot{u}_{cd}$  на единице длины контактной и рельсовой сетей:

$$\begin{aligned} \dot{u}_{ab} &= \dot{I}z_{кc-3,1} - \dot{I}_p z_h = \dot{I}z_{кc-3,1} - v_1 \dot{I}z_h; \\ \dot{u}_{cd} &= \dot{I}_p z_{pc-3,1} - \dot{I}z_h = v_1 \dot{I}z_{pc-3,1} - \dot{I}z_h, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $z_h$  – среднее сопротивление взаимоиנדукции между многопроводными контактной и рельсовой сетями, вычисляемое по (13) и (14).

Погонное сопротивление  $z_{11}$ , Ом/км, единицы длины тяговой сети однопутного участка:

$$\begin{aligned} z_{11} &= \frac{\dot{u}_{ab} + \dot{u}_{cd}}{\dot{I}} = \left[ z_{кc-3,1} - z_h + v_1 (z_{pc-3,1} - z_h) \right] = \\ &= z_{к,1} + v_1 z_{p,1}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$z_{к,1} = z_{кc-3,1} - z_h; \quad z_{p,1} = z_{pc-3,1} - z_h. \quad (17)$$

Формуле (15) соответствует индуктивно развязанная схема (рис. 2,а) или результирующая схема (рис. 2,б). Расчетными (справочными) индуктивно развязанными сопротивлениями тяговой сети однопутного участка являются  $z_{к,1}$ ,  $z_{p,1}$ ,  $z_{11}$ .

На двухпутном участке контактные сети обоих путей выполняются одинаковыми и на рис. 3,а они представлены в виде сопротивлений  $z_{кc-3,1}$  контура «многопроводная контактная сеть одного пути – земля», вычисляемые по (10). Рельсовая сеть представлена в виде сопротивления  $z_{pc-3,2}$  контура «рельсы двухпутного участка – земля», вычисляемые по формулам (9) или (10). Взаимные индуктивные связи представлены коэффициентами взаимоиנדукции  $M_h$  и  $M_a$ , на основе которых определяются сопротивления взаимоиנדукции  $z_h$ ,  $z_a$  по формулам (13) и (14). Средний ток в рельсовой сети:

$$\dot{I}_p = v_2 (\dot{I}_1 + \dot{I}_2), \quad (18)$$

где  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  – токи контактной сети соответственно первого и второго путей.

Определим падения напряжения  $\dot{u}_{ab}$ ,  $\dot{u}_{cd}$ ,  $\dot{u}_{ef}$  между точками соответственно *a* и *b*, *c* и *d*, *e* и *f* (рис. 3,а):

$$\begin{aligned} \dot{u}_{ab} &= \dot{I}_1 z_{кc-3,1} + \dot{I}_2 z_a - \dot{I}_p z_h = \\ &= \dot{I}_1 (z_{кc-3,1} - z_h) + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) (z_a - v_2 z_h); \\ \dot{u}_{cd} &= \dot{I}_2 z_{кc-3,1} + \dot{I}_1 z_a - \dot{I}_p z_h = \\ &= \dot{I}_2 (z_{кc-3,1} - z_h) + (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) (z_a - v_2 z_h); \\ \dot{u}_{ef} &= \dot{I}_p z_{pc-3,2} - \dot{I}_1 z_h - \dot{I}_2 z_h = \\ &= (\dot{I}_1 + \dot{I}_2) (v_2 z_{pc-3,2} - z_h). \end{aligned} \quad (19)$$

Выражениям (19) соответствует схема (рис. 3,б), в которой взаимные индуктивные связи в явном виде

Таблица 1

**Средние геометрические расстояния  $D_q$  между проводами контактной сети и между проводниками рельсовой сети**

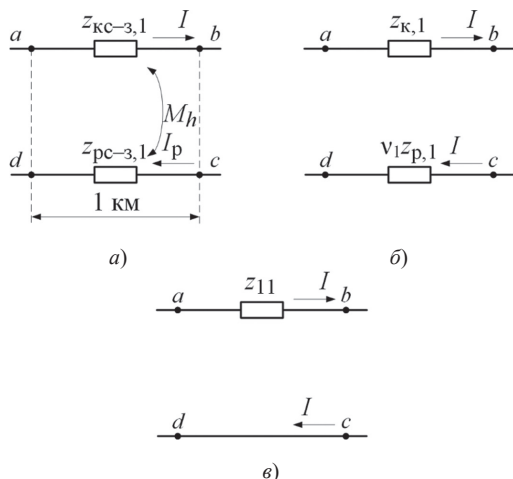
**The average geometric distances  $D_q$  between the wires of the contact network and between the conductors of the rail network**

| Объект    | ТП  | ТПУ | Р1  | Р2  | РЭ1 | РЭ2 |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $D_q$ , м | 1,1 | 3,1 | 1,6 | 2,9 | 5,2 | 6,4 |

Таблица 2

**Средние геометрические расстояния  $D_{qs}$  между контактной и рельсовой сетями**  
**Average geometric distances  $D_{qs}$  between the contact and rail networks**

| Число путей | Значения $D_{qs}$ , м, для исполнений тяговой сети |     |      |
|-------------|--|-----|------|
|             | ТП   | ТПУ | ТПУЭ |
| 1           | 6,6  | 7,4 | 5,3  |
| 2           | 7,1  | 8,2 | 7,0  |



**Рис. 2.** Сопротивления тяговой сети однопутного участка:  $z_{кc-3,1}$  – погонное сопротивление контура «контактная сеть – земля» однопутного участка;  $z_{pc-3,1}$  – то же контура «рельсовая сеть – земля» однопутного участка;  $M_h$  – среднее значение коэффициента взаимной индукции между контактной и рельсовой сетями;  $z_{к,1}$  – индуктивно развязанное погонное сопротивление контактной сети одного пути;  $z_{p,1}$  – то же рельсовой сети однопутного участка;  $z_{11}$  – погонное сопротивление тяговой сети однопутного участка;  $I$  – ток контактной сети;  $I_p$  – ток рельсовой сети;  $v_1$  – коэффициент, учитывающий стекание тока в землю

**Fig. 2.** Resistance of the traction network of a single-track section:  $z_{кc-3,1}$  – linear resistance of the «contact network – ground» contour of a single-track section;  $z_{pc-3,1}$  – the same contour «rail network – ground» of a single-track section;  $M_h$  – the average value of the coefficient of mutual induction between the contact and rail networks;  $z_{к,1}$  – inductively decoupled linear resistance of the contact network of one track;  $z_{p,1}$  – the same rail network of a single-track section;  $z_{11}$  – linear resistance of the traction network of a single-track section;  $I$  – the current of the contact network;  $I_p$  – the current of the rail network;  $v_1$  – the coefficient that takes into account the flow of current into the ground

уже не присутствуют. Поскольку через сопротивления  $z_a - v_2 z_h$  и  $v_2 z_{pc-3,2} - z_h$  протекают одинаковые токи, то их можно сложить и сумму отнести к рельсовой сети. Учтем, что

$$z_{кc-3,1} - z_a = z_{кc-3,1} - z_a + z_h - z_h = z_{кc-3,1} - z_h - (z_a - z_h) = z_{к,1} - z_{вс}; \tag{20}$$

$$z_{вс} = z_a - z_h = j0,0628 \ln \frac{D_h}{D_a}, \tag{21}$$

где  $D_h, D_a$  – средние геометрические расстояния соответственно между контактной сетью и рельсами и между контактными сетями двух путей.

Сопротивление взаимосвязи  $z_{вс}$  содержит только индуктивную составляющую  $x_{вс}$ , Ом/км, и ее расчетное значение на двухпутных участках отечественных железных дорог равно: 0,034 (для тяговой сети ТП); 0,012 (ТПУ); 0 (ТПУЭ).

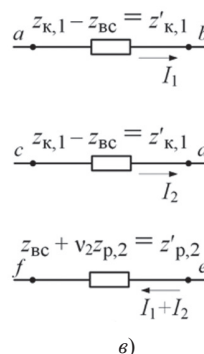
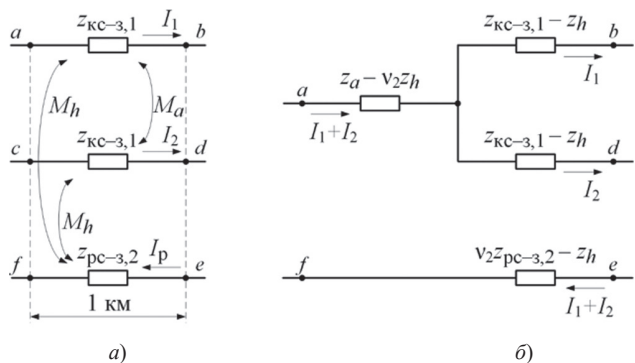
С учетом приведенных замечаний результирующая индуктивно развязанная (т.е. без взаимоиндуктивных влияний) схема замещения единицы длины тяговой сети двухпутного участка приобретает вид, приведенный на рис. 3,в, на котором расчетное сопротивление

контактной сети одного пути  $z'_{к,1}$  и расчетное сопротивление рельсовой сети двухпутного участка  $z'_{p,2}$  равны:

$$z'_{к,1} = z_{к,1} - z_{вс}; \tag{22}$$

$$z'_{p,2} = v_2 (z_{pc-3,2} - z_h) + z_{вс} = v_2 z_{p,2} + z_{вс}.$$

Таким образом, на однопутном участке расчетное индуктивно развязанное сопротивление контактной сети равно  $z_{к,1}$ , а рельсовой сети –  $v_1 z_{p,1}$ . В то же время на двухпутном участке (при наличии тока в контактной



**Рис. 3.** Сопротивления тяговой сети двухпутного участка:  $z_{pc-3,2}$  – погонное сопротивление контура «рельсы двухпутного участка – земля»;  $M_h$  – среднее значение коэффициента взаимной индукции между контактной и рельсовой сетями;  $M_a$  – среднее значение коэффициента взаимной индукции между проводами контактной сети;  $z_h$  – среднее сопротивление взаимной индукции между контактной и рельсовой сетями;  $z_a$  – среднее сопротивление взаимной индукции между проводами контактной сети разных путей;  $z_{вс}$  – сопротивление взаимосвязи;  $z'_{к,1}$  – расчетное сопротивление контактной сети одного пути;  $z'_{p,2}$  – расчетное сопротивление рельсовой сети двухпутного участка;  $I_1$  и  $I_2$  – токи контактной сети первого и второго путей;  $v_2$  – коэффициент, учитывающий стекание тока в землю на двухпутном участке

**Fig. 3.** Resistance of the traction network of the double-track section:  $z_{pc-3,2}$  – linear resistance of the contour "rails of a double-track section – ground";  $M_h$  – the average value of the coefficient of mutual induction between the contact and rail networks;  $M_a$  – the average value of the coefficient of mutual induction between the wires of the contact network;  $z_h$  – the average resistance of mutual induction between the contact and rail networks;  $z_a$  – the average resistance of mutual induction between the wires of the contact network of different paths;  $z_{вс}$  – the resistance of the relationship;  $z'_{к,1}$  – the calculated resistance of the contact network of one track;  $z'_{p,2}$  – the calculated resistance the rail network of a double-track section;  $I_1$  and  $I_2$  – are the currents of the contact network of the first and second paths;  $v_2$  – is a coefficient that takes into account the flow of current into the ground on a two-track section

сети обоих путей) та же контактная сеть одного пути характеризуется индуктивно развязанным сопротивлением  $z'_{к,1} = z_{к,1} - z_{вс}$ , а рельсовая сеть – индуктивно развязанным сопротивлением  $z'_{р,2} = v_2 z_{р,2} + z_{вс}$ . Поэтому в [1] в формулах для определения потерь напряжения на двухпутном участке вместо сопротивления контактной сети  $x_{1кв}$  следует принимать  $x_{1кв} - x_{к12}$ , а вместо сопротивления рельсовой сети  $x_{2р}$  должно быть  $x_{2р} v_2 + x_{к12}$  (в [1] сопротивление  $z_{вс}$  обозначено  $z_{к12}$ ).

Во многих расчетах нет необходимости учитывать раздельно индуктивно развязанные сопротивления контактной  $z'_{к,1}$  и рельсовой  $z'_{р,2}$  сетей, а можно использовать результирующее (суммарное) сопротивление тяговой сети. Если на двухпутном участке  $I_2 = 0$  (рис. 3, в), то  $z_{вс} = 0$  и погонное сопротивление тяговой сети  $z_{21}$  равно:

$$z_{21} = z_{к,1} + v_2 z_{р,2} = z_{кв-3,1} - z_h + v_2 (z_{рв-3,2} - z_h). \quad (23)$$

При параллельном соединении контактных сетей двух путей  $I_1 = I_2$ , общее погонное сопротивление тяговой сети обозначают  $z_{22}$ , и оно равно:

$$z_{22} = \frac{z'_{к,1}}{2} + z'_{р,2} = \frac{z_{к,1} - z_{вс}}{2} + z_{вс} + v_2 z_{р,2}. \quad (24)$$

Для петлевой схемы питания контактных сетей двух путей, используемой для плавки гололеда,  $I_2 = -I_1$ . В этом случае ток в рельсах отсутствует, а погонное сопротивление петли  $z_{-22}$  определяется выражением

$$z_{-22} = 2z'_{к,1} = 2(z_{к,1} - z_{вс}) = 2(z_{кв-3,1} - z_h - z_{вс}). \quad (25)$$

В [2] в расчетах используется величина  $z_{-22}$  непосредственно, в [5, 6] используется сопротивление  $z_{-1,2}$ , отнесенное к контактной сети одного пути, т.е.  $z_{-1,2} = 0,5z_{-22} = z_{к,1} - z_{вс}$ .

Обратим внимание, что индуктивно развязанные сопротивления тяговой сети не зависят от принятых для контуров «проводник – земля» значений  $r_3$  и  $\gamma_3$ .

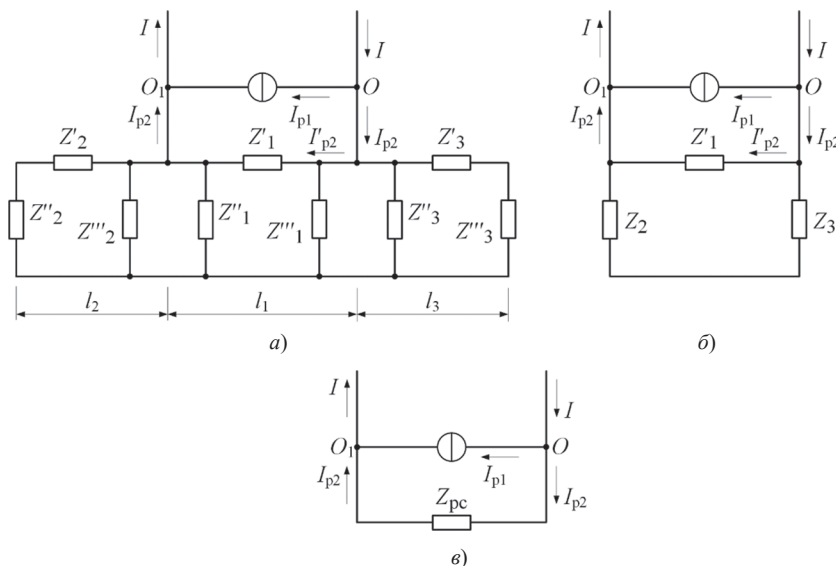
**Коэффициент  $v$ .** Этот коэффициент можно определить из схемы замещения рельсовой сети (рис. 4). Втекающий в эту сеть в точке  $O$  ток нагрузки или короткого замыкания  $I$  представим в виде двух составляющих  $I = I_{р1} + I_{р2}$ . Составляющая  $I_{р1}$  – наведенный в РС ток, обусловленный взаимным индуктивным влиянием контактной сети и рельсов:

$$I_{р1} = \frac{I z_h}{z_{рв-3}}. \quad (26)$$

Вторая составляющая  $I_{р2}$  протекает как по рельсам, так и в земле. Среднее значение  $I_{р2}$  той ее части, которая протекает по рельсам, представим в виде  $I'_{р2} = \xi I_{р2}$ . Тогда

$$I'_{р2} = \xi(I - I_{р1}) = \xi I \left( 1 - \frac{z_h}{z_{рв-3}} \right), \quad (27)$$

где  $\xi$  – коэффициент, учитывающий усредненную по длине рельсовой сети утечку тока из рельсов в землю.



**Рис. 4.** Схема замещения рельсовой цепи:  $I$  – ток, втекающий в рельсовую сеть в точке  $O$  (нагрузка) и вытекающий из нее в точке  $O_1$  (подстанция);  $I_{р1}$  – ток, наведенный в рельсовой цепи, за счет взаимного индуктивного влияния тока контактной сети;  $I_{р2}$  – тяговая составляющая тока  $I$ ;  $Z'_1, \dots, Z'_3$  – сопротивления П-образных четырехполюсников;  $Z_{рв}$  – сопротивление рельсовой сети;  $l_1$  – расстояние от тяговой подстанции до нагрузки;  $l_2, l_3$  – длины рельсовой сети слева от точки  $O_1$  и справа от точки  $O$

**Fig. 4.** The replacement scheme of the rail chain:  $I$  – the current flowing into the rail network at point  $O$  (load) and flowing out of it at point  $O_1$  (substation); postal code;  $I_{р1}$  – the current induced in the rail circuit due to the mutual inductive influence of the contact network current;  $I_{р2}$  – the traction component of the current  $I$ ;  $Z'_1, \dots, Z'_3$  – the resistance of П-shaped four – poles;  $Z_{рв}$  – the resistance of the rail network;  $l_1$  – the distance from the traction substation to the load;  $l_2, l_3$  – the length of the rail network to the left of the point  $O_1$  and to the right of point  $O$

Среднее по длине рельсовой сети значение тока в рельсах равно  $\dot{I}_p = \dot{I}_{p1} + \dot{I}'_{p2}$ . Отсюда с учетом (26) и (27) получаем:

$$v = \frac{\dot{I}_p}{\dot{I}} = \frac{\dot{I}_{p1} + \dot{I}'_{p2}}{\dot{I}} = \frac{z_h}{z_{pc-3}} + \left(1 - \frac{z_h}{z_{pc-3}}\right) \xi = v_{\min} + (1 - v_{\min}) \xi, \quad (28)$$

где  $v_{\min} = z_h/z_{pc-3}$ .

Рельсовая сеть с переходным сопротивлением «рельсы – шпалы – балласт» и сопротивлением растеканию в земле рассматривают обычно как цепь с равномерно распределенными параметрами [1, 2, 7]. Такую цепь, как известно, можно представить в виде пассивных симметричных четырехполюсников, например П-образных, с сопротивлениями  $Z'_i, Z''_i, Z'''_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), как на рис. 4, а [8]. Эти сопротивления вычисляются по формулам:

$$Z'_i = Z_{вр} \operatorname{sh} \gamma_p l_i; \quad Z''_i = Z'_i = \frac{Z_{вр}}{\operatorname{th} 0,5 \gamma_p l_i}; \quad (29)$$

$$Z_{вр} = \sqrt{z_{pc-3} z_{п}}; \quad \gamma_p = \sqrt{\frac{z_{pc-3}}{z_{п}}},$$

где  $Z_{вр}$  – волновое сопротивление рельсовой сети, Ом;  $\gamma_p$  – коэффициент распространения, 1/км;  $z_{п}$  – переходное сопротивление «рельсы – земля», Ом·км.

Схема замещения РС легко преобразуется в схему (рис. 4, б), в которой

$$Z_2 = \frac{Z_{вр}}{\operatorname{th} 0,5 \gamma_p l_1 + \operatorname{th} \gamma_p l_2}; \quad Z_3 = \frac{Z_{вр}}{\operatorname{th} 0,5 \gamma_p l_1 + \operatorname{th} \gamma_p l_3}. \quad (30)$$

Сопротивление РС  $Z_{pc}$ , Ом, между точками  $O$  и  $O_1$  (рис. 4, в) равно:

$$Z_{pc} = \frac{Z'_1 (Z_2 + Z_3)}{Z'_1 + Z_2 + Z_3}. \quad (31)$$

При отсутствии утечки тока из рельсовой сети в землю ( $Z''_i = Z'''_i = \infty$ ) сопротивление РС на том же участке равно  $z_{pc-3} l_1$ . Отсюда

$$\xi = \frac{z_{pc}}{z_{pc-3} l_1}. \quad (32)$$

Из-за неопределенности значений  $l_2$  и  $l_3$  приходится рассматривать частные случаи. При одностороннем питании контактной сети одним из предельных случаев является равенство величин  $l_2 = l_3 = 0$ , при котором  $\xi = \xi'_1$ , а другим  $l_2 = l_3 = \infty$ , для которого  $\xi = \xi''_1$ . Для реальных условий более правдоподобным является среднее значение  $\xi_1 = 0,5(\xi'_1 + \xi''_1)$ . При двухстороннем питании одним из предельных случаев является  $l_2 = l_3 = 0$ , при котором  $\xi = \xi'_2$ , а другим  $l_2 = \infty, l_3 = 0$ , для

которого  $\xi = \xi''_2$ . Численные значения  $\xi_1$  и  $\xi_2$  достаточно близки, и в качестве расчетного можно принимать:

$$\xi = 0,5(\xi_1 + \xi_2) = \frac{(1 - e^{-\gamma_p l_1}) K_{\xi}}{\gamma_p l_1 (1 + e^{-\gamma_p l_1})}; \quad (33)$$

$$K_{\xi} = 1 + \frac{(1 + e^{-\gamma_p l_1})(5 - e^{-\gamma_p l_1})}{8}.$$

Коэффициент  $K_{\xi}$  изменяется от 1,625 до 2,0. В практических расчетах его можно принимать равным 1,8. Аргумент коэффициента  $v$  не превышает, как правило, 6–8 градусов, поэтому вычисления по (27) и (33) допускается проводить с использованием модулей  $z_{pc-3}, z_h, \gamma_p, v_{\min}$ . В табл. 3 приведены усредненные значения  $v_{\min}$ .

Сопротивления  $z_{pc-3}$  и  $z_h$  зависят от проводимости земли  $\gamma_3$ . В [1] рекомендуется принимать  $\gamma_3 = 10^{-3}$  См/м, в [2] рекомендуется  $\gamma_3 = 10^{-2}$  См/м. Учитывая, что удельное сопротивление земли в разных местностях может быть различным, рекомендуется придерживаться следующего правила: при изменении удельного сопротивления земли вдоль трассы железной дороги в пределах от 5 до 100 Ом·м (влажные грунты) принимают  $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-2}$  См/м; если удельное сопротивление земли изменяется в пределах от 40 до 1200 Ом·м (большинство районов страны), то принимают  $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-3}$  См/м; если же это сопротивление находится в пределах от 400 до 10000 Ом·м (районы БАМ и вечной мерзлоты), то принимают  $\gamma_3 = 5 \cdot 10^{-4}$  См/м. При таком выборе  $\gamma_3$  значение отношения  $z_h/z_{pc-3}$  будет вычислено с погрешностью не более 10%.

Значение  $\gamma_p$  зависит от переходного сопротивления  $r_{п}$  «рельсы – земля», методы вычисления которого приведены в [2, 8]. В летних условиях значение  $r_{п}$  находится в диапазоне от 0,5 до 2,5, в зимних – от 1,5 до 7,5 Ом·км [2]. Согласно [7] для железобетонных шпал в европейской части страны среднее значение  $r_{п}$  равно 3,9 Ом·км (пределы изменения от 2,5 до 5,94), в районах вечной мерзлоты оно равно 6,85–7,95 Ом·км (пределы изменения от 4,36 до 12,4).

**Выводы.** Сопротивления тяговой сети вычисляются с погрешностью не менее 5–10 % из-за большого числа допущений и неопределенностей. Это позволяет использовать упрощенную методику учета взаимных индуктивных связей между проводами контактной сети, между рельсами, между проводами и рельсами, практически не увеличивая общую погрешность расчета.

Тяговую сеть удобно представлять в виде совокупности контуров «проводник – земля». Приведена упрощенная методика расчета сопротивления взаимной индукции между всеми проводниками и общего сопротивления такой совокупности (многопроводной сети) с использованием средних геометрических расстояний между проводниками.

**Значения коэффициента  $v_{\min}$ , учитывающего снижение среднего тока рельсовой сети**  
**The values of the coefficient  $v_{\min}$ , which takes into account the decrease in the average current of the rail network**

| Тип рельса | Число путей, m | Ток одного рельса, А | Значение коэффициента $v_{\min}$ для проводимости земли $\gamma$ , См/м |                       |                       |
|------------|----------------|----------------------|---|-----------------------|-----------------------|
|            |                |                      | $5 \cdot 10^2$  | $5 \cdot 10^3$        | $5 \cdot 10^4$        |
| P65        | 1              | 200                  | $\frac{0,528}{0,688}$   | $\frac{0,589}{0,736}$ | $\frac{0,636}{0,771}$ |
|            |                | 400                  | $\frac{0,494}{0,660}$   | $\frac{0,556}{0,711}$ | $\frac{0,605}{0,749}$ |
|            |                | 1000                 | $\frac{0,471}{0,641}$   | $\frac{0,534}{0,694}$ | $\frac{0,584}{0,734}$ |
|            | 2              | 200                  | $\frac{0,658}{0,787}$   | $\frac{0,711}{0,826}$ | $\frac{0,750}{0,853}$ |
|            |                | 400                  | $\frac{0,631}{0,768}$   | $\frac{0,687}{0,810}$ | $\frac{0,728}{0,839}$ |
|            |                | 1000                 | $\frac{0,613}{0,755}$   | $\frac{0,671}{0,799}$ | $\frac{0,714}{0,830}$ |
| P75        | 1              | 200                  | $\frac{0,536}{0,694}$   | $\frac{0,596}{0,741}$ | $\frac{0,643}{0,776}$ |
|            |                | 400                  | $\frac{0,504}{0,668}$   | $\frac{0,566}{0,719}$ | $\frac{0,615}{0,756}$ |
|            |                | 1000                 | $\frac{0,480}{0,649}$   | $\frac{0,543}{0,701}$ | $\frac{0,593}{0,740}$ |
|            | 2              | 200                  | $\frac{0,664}{0,792}$   | $\frac{0,716}{0,829}$ | $\frac{0,754}{0,856}$ |
|            |                | 400                  | $\frac{0,640}{0,774}$   | $\frac{0,694}{0,815}$ | $\frac{0,735}{0,843}$ |
|            |                | 1000                 | $\frac{0,621}{0,760}$   | $\frac{0,678}{0,803}$ | $\frac{0,721}{0,833}$ |

Примечание. В числителе указаны значения для рельсовой сети без обратных проводов, в знаменателе – при наличии обратных (экранированных) проводов А-185.

Методика расчета индуктивно развязанных сопротивлений контактной и рельсовой сетей для однопутного и двухпутного участков позволяет построить схему замещения тяговой сети, не имеющей в явном виде взаимных индуктивных связей.

Методика учета усредненного снижения сопротивления рельсовой сети за счет утечки тока из рельсов в землю позволяет проводить инженерные расчеты, связанные с параметрами рельсовой сети, например токов короткого замыкания питающих линий контактной сети, потенциалов рельсов и т.д.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Марквардт К.Г.** Электроснабжение электрифицированных железных дорог. М.: Транспорт, 1982, 528 с.
2. **Карякин Р.Н.** Тяговые сети переменного тока: 2-е изд., М.: Транспорт, 1987, 279 с.
3. **Косарев А.Б.** Основы теории электромагнитной совместимости систем тягового электроснабжения переменного тока. М.: Интекст, 2004, 272 с.
4. **Бадер М.П.** Электромагнитная совместимость. М.: УМК МПС, 2002, 638 с.
5. **Фигурнов Е.П.** Релейная защита. Часть 2: 3-е изд., М.: УМЦ ЖДТ, 2009, 604 с.
6. **Р 606/01** Порядок расчета и выбора уставок защиты тяговой сети переменного тока. ОСЖД, 2017 [Электрон. ресурс], URL: <https://osjd.org/api/media/resources/12994> (дата обращения 27.07.2021).

7. **Косарев А.Б., Косарев Б.И.** Основы электромагнитной безопасности систем электроснабжения железнодорожного транспорта. М.: Интекст, 2008, 480 с.

8. **Зевеке Г.В. и др.** Основы теории цепей. 5-е изд., М.: Энергоатомиздат, 1989, 528 с.

9. **Фигурнов Е.П.** Вычисление удельных параметров тяговой сети однофазного переменного тока. – Автоматизированные системы электроснабжения железных дорог: межвузовский сборник науч. трудов, 1995, с. 72–84.

10. **Фигурнов Е.П.** Сопротивления электротяговой сети однофазного переменного тока. – Электричество, 1997, № 5, с. 23–29.

11. **Быкадоров А.Л., Боднар А.В.** Эквивалентирование сопротивлений тяговой сети многопутных участков переменного тока. – Вопросы расчета, технической диагностики и автоматического управления систем электроснабжения: межвузовский тематич. сборник, 1981, вып. 162, с. 61–66.

12. **Быкадоров А.Л., Боднар А.В.** Сопротивление тяговой сети многопутных участков переменного тока. – Режимы работы, автоматическое управление и техническая диагностика систем электроснабжения железных дорог: межвузовский тематич. сборник, 1983, вып. 171, с. 28–32.

13. **Бочев А.С.** Трехпроводные электротяговые сети переменного тока и режимы их работы: дис. ... докт. техн. наук, 1986, 528 с.

14. **Петров И.П.** Адаптивные методы определения места повреждения в тяговой сети переменного тока и их исследование: дис. ... канд. техн. наук, 1999, 289 с.

15. **Mingli W.** Physical Interpretation of Impedance Formulas for Conductors Enclosed in a Cylindrical Tunnel. – IEEE Transactions on Power Delivery, 2011, vol. 26, No. 3, pp. 1354–1360, DOI:10.1109/TPWRD.2009.2039499.



16. Liu Q., Gao S., Li D. Installation location of high-pass filter in high-speed railway. – Dianli Zidonghua Shebei/Electric Power Automation Equipment, 2017, vol. 37, No. 2, pp. 157–163, DOI:10.16081/j.issn.1006-6047.2017.02.024.

[27.07.2021]



*Авторы: Фигурнов Евгений Петрович – доктор техн. наук, профессор кафедры «Автоматизированные системы электроснабжения» Ростовского государственного университета путей сообщения.*



*Быкадоров Александр Леонович – доктор техн. наук, профессор кафедры «Автоматизированные системы электроснабжения» Ростовского государственного университета путей сообщения.*



*Жарков Юрий Иванович – доктор техн. наук, профессор кафедры «Автоматизированные системы электроснабжения» Ростовского государственного университета путей сообщения.*



*Герман Леонид Абрамович – доктор техн. наук, профессор кафедры «Техника и технологии железнодорожного транспорта» филиала Самарского государственного университета путей сообщения в Нижнем Новгороде.*



*Субханвердиев Камил' Субханвердиевич – кандидат техн. наук, доцент кафедры «Электроэнергетика транспорта» Российского университета транспорта (МИИТ).*

*Elektrichestvo, 2021, No. 11, pp. 35–44*

*DOI:10.24160/0013-5380-2021-11-35-44*

## **Impedances of a Single-Phase AC Railroad Electric Traction Network**

**FIGURNOV Evgeniy P.** (Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia) – Professor of the Automated Systems of Power Supply Dept., Dr. Sci. (Eng.).

**BYKADOROV Alexander L.** (Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia) – Professor of the Automated Systems of Power Supply Dept., Dr. Sci. (Eng.).

**ZHARKOV Yury I.** (Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia) – Professor of the Automated Systems of Power Supply Dept., Dr. Sci. (Eng.).

**GERMAN Leonid A.** (The Branch Office of Samara State Transport University in Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia) – Professor of the Technique and Technologies of the Railroad Transport Dept., Dr. Sci. (Eng.).

**SUBKHANVERDIEV Kamil' S.** (Russian University of Transport – RUT MIIT, Moscow, Russia) – Docent of the Electric Power Engineering of Transport Dept., Cand. Sci. (Eng.).

*In calculating traction network impedances, the greatest difficulties arise due to the need to take into account mutual inductive couplings between different wires of the multiwire contact system, between the rails, between the wires and rails, and between the contact systems of different tracks. However, no matter how accurate the methods of accounting these couplings are, numerous assumptions and uncertainties result in impossibility to guarantee the calculation of these impedances with an error of less than 5-10%. In taking into account mutual inductive couplings, it is convenient to use a simplified method, in which, instead of considering each pair of conductors, an average dependence for each multiwire network as a whole or an average dependence between two networks are considered. This approach produces virtually no effect on the accuracy of determining the resulting traction network impedances, yet it dramatically simplifies the calculations. A multiwire network can be represented as a set of "conductor-ground" loops. Equations for determining the impedance of the resulting loops are given, in which multiwire contact or rail networks*

*behave as a conductor. On the basis of such loops, it is possible to determine the inductively decoupled impedances of the contact and rail networks for single-track and double-track sections, which are used for drawing up a traction network equivalent circuit. In doing so, the current leak from rails to ground must be taken into account for a rail network, which can be performed by introducing a special coefficient for inductively decoupled rail network impedance. A methodology for calculating this coefficient is presented.*

**К е у о р д с:** *traction power supply system, traction network, mutual inductive couplings, "conductor-ground" loops, inductively decoupled impedances, current leak from rails to ground, equivalent circuit*

## REFERENCES

1. **Markvardt K.G.** *Elektrosnabzhenie elektrifitsirovannykh zheleznnykh dorog* (Electricity Supply of Electrified Railways). M.: Transport, 1982, 528 p.
2. **Karyakin R.N.** *Tyagovye seti peremennogo toka: 2-e izd.* (Traction AC Networks: 2nd Ed.), M.: Transport, 1987, 279 p.
3. **Kosarev A.B.** *Osnovy teorii elektromagnitnoy sovmestimosti sistem tyagovogo elektrosnabzheniya peremennogo toka* (Fundamentals of the Electromagnetic Compatibility Theory of AC Traction Power Supply Systems). M.: Intekst, 2004, 272 p.
4. **Bader M.P.** *Elektromagnitnaya sovmestimost'* (Electromagnetic Compatibility). M.: UMK MPS, 2002, 638 p.
5. **Figurnov E.P.** *Releynaya zashchita. Chast' 2: 3-e izd.* (Relay protection. Part 2: 3<sup>rd</sup> ed.). M.: UMTS ZhDT, 2009, 604 p.
6. **R 606/01** *Poryadok rascheta i vybora ustavok zashchity tyagovoy seti peremennogo toka* (The Procedure for Calculating and Selecting the Protection Settings of the AC Traction Network). OSZhD, 2017 [Electron. resource], URL: <https://osjd.org/api/media/resources/12994> (Date of appeal 27.07.2021).
7. **Kosarev A.B., Kosarev B.I.** *Osnovy elektromagnitnoy bezopasnosti sistem elektrosnabzheniya zheleznodorozhnogo transporta* (Fundamentals of Electromagnetic Safety of Railway Power Supply Systems). M.: Intekst, 2008, 480 p.
8. **Zeveke G.V., et al.** *Osnovy teorii tsepey. 5-e izd.* (Fundamentals of Circuit Theory. 5<sup>th</sup> Ed.). M.: Energoatomizdat, 1989, 528 p.
9. **Figurnov E.P.** *Avtomatizirovannye sistemy elektrosnabzheniya zheleznnykh dorog: mezhvuzovskiy sbornik nauch. trudov – in Russ.* (Automated Railway Power Supply Systems: Interuniversity Collection of Scientific Papers), 1995, pp. 72–84.
10. **Figurnov E.P.** *Elektrichestvo – in Russ.* (Electricity), 1997, No. 5, pp. 23–29.
11. **Bykadorov A.L., Bodnar A.V.** *Voprosy rascheta, tekhnicheskoy diagnostiki i avtomaticheskogo upravleniya sistem elektrosnabzheniya: mezhvuzovskiy tematich. sbornik – in Russ.* (Issues of Calculation, Technical Diagnostics and Automatic Control of Power Supply Systems: Interuniversity Thematic Collection), 1981, iss. 162, pp. 61–66.
12. **Bykadorov A.L., Bodnar A.V.** *Rezhimy raboty, avtomaticheskoe upravlenie i tekhnicheskaya diagnostika sistem elektrosnabzheniya zheleznnykh dorog: mezhvuzovskiy tematich. sbornik – in Russ.* (Operating Modes, Automatic Control and Technical Diagnostics of Railway Power Supply Systems: Interuniversity Thematic Collection), 1983, iss. 171, pp. 28–32.
13. **Bochev A.S.** *Trekhprovodnye elektrotiyagovye seti peremennogo toka i rezhimy ih raboty: dis. ... dokt. tekhn. nauk* (Three-wire electric traction AC networks and their operating modes: Dis. ... Dr. Sci (Eng.)), 1986, 528 p.
14. **Petrov I.P.** *Adaptivnye metody opredeleniya mesta povrezhdeniya v tyagovoy seti peremennogo toka i ih issledovanie: dis. ... kand. tekhn. nauk* (Adaptive Methods for Determining the Location of Damage in the AC Traction Network and Their Study: Dis. ... Cand. Sci. (Eng.)), 1999, 289 p.
15. **Mingli W.** Physical Interpretation of Impedance Formulas for Conductors Enclosed in a Cylindrical Tunnel. – IEEE Transactions on Power Delivery, 2011, vol. 26, No. 3, pp. 1354–1360, DOI:10.1109/TPWRD.2009.2039499.
16. **Liu Q., Gao S., Li D.** Installation location of high-pass filter in high-speed railway. – Dianli Zidonghua Shebei/Electric Power Automation Equipment, 2017, vol. 37, No. 2, pp. 157–163, DOI:10.16081/j.issn.1006-6047.2017.02.024.

[27.07.2021]